

基于双观测器的机器人自适应摩擦补偿控制

曾培江, 刘霞*

(西华大学电气与电子信息学院, 四川 成都 610039)

摘要: 针对机器人系统中存在关节摩擦的问题, 提出一种基于终端滑模观测器和摩擦状态观测器的双观测器自适应摩擦补偿反演控制方案: 为避免速度测量带来的噪声影响, 设计终端滑模观测器对机器人的速度进行估计; 考虑到摩擦力无法直接获取, 采用连续 LuGre 摩擦模型, 设计摩擦状态观测器和摩擦参数自适应律, 得到摩擦的估计值; 结合摩擦估计值设计反演控制器, 使机器人在受到关节摩擦影响的情况下能有效跟踪期望位置轨迹。最后通过 Lyapunov 函数证明闭环系统的稳定性以及机器人轨迹跟踪误差的收敛性, 并通过 MATLAB 仿真验证该控制方案的有效性。仿真结果表明, 该控制方法能有效抑制关节摩擦对机器人轨迹跟踪的影响, 提高了系统的位置跟踪精度。

关键词: 机器人; 摩擦补偿; 终端滑模观测器; 摩擦状态观测器; 自适应律; 反演控制; 位置跟踪; 轨迹跟踪

中图分类号: TP242 文献标志码: A 文章编号: 1673-159X(2021)05-0060-09
doi:10.12198/j.issn.1673-159X.3975

Adaptive Friction Compensation Control for Robot Based on Dual-observer

ZENG Peijiang, LIU Xia*

(School of Electrical Engineering and Electronic Information, Xihua University, Chengdu 610039 China)

Abstract: For the influence of joint friction in robotic system, a dual-observer adaptive backstepping control scheme based on terminal sliding mode observer and friction state observer was proposed in this paper. Firstly, in order to avoid the influence of noise caused by velocity measurement, a terminal sliding mode observer was designed to estimate the velocity of the robot. Then, considering that friction could not be obtained directly, a continuous LuGre friction model was used to design the friction state observer and the adaptive law of friction parameters to get an estimation of the friction. Finally, a backstepping controller was designed based on the estimation value of the friction, so that the robot can effectively track the desired position trajectory under the influence of joint friction. The stability of the closed-loop system and the convergence of position error for the robot were proved with Lyapunov function. The effectiveness of the proposed control scheme was verified with MATLAB simulations. The results showed that the proposed

收稿日期: 2021-04-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61973257, 61875166); 四川省科技厅应用基础研究项目 (2020YJ0367)。

* 通信作者: 刘霞 (1980—), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为机器人控制、遥操作技术与工程应用。

ORCID: 0000-0001-7043-8495 E-mail: xliu_uestc@yahoo.com

引用格式: 曾培江, 刘霞. 基于双观测器的机器人自适应摩擦补偿控制[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2021, 40(5): 60-68.

ZENG Peijiang, LIU Xia. Adaptive Friction Compensation Control for Robot Based on Dual-observer [J]. Journal of Xihua University(Natural Science Edition), 2021, 40(5): 60-68.

control method can effectively suppress the influence of friction on the position tracking of the robot and improve the position tracking accuracy of the system.

Keywords: robot; friction compensation; terminal sliding mode observer; friction state observer; adaptive law; backstepping control; position tracking; trajectory tracking

随着机器人技术的迅猛发展,机器人在多种领域得到广泛应用。然而,作为一个具有多变量和强耦合特点的复杂非线性系统,机器人在运行过程中容易受到各种外部因素的影响,其中关节摩擦的存在会导致系统位置控制精度的下降,严重影响机器人的运行效率^[1]。因此,在设计机器人控制算法时,考虑对关节摩擦的补偿变得尤为重要。

为了降低关节摩擦对机器人的影响,学者们提出了基于观测器的补偿控制方法。文献[2]针对柔性关节机器人中不确定重力和摩擦问题,提出一种基于扩展状态观测器的控制方案。文献[3]将下肢外骨骼机器人的建模不确定、摩擦力和外部干扰视为集中干扰,提出一种基于干扰观测器的滑模控制方案。文献[4]针对异型曲面打磨机器人的摩擦和反作用力导致加工精度降低的问题,提出一种改进的非线性干扰观测器对摩擦和反作用力进行估计和补偿。文献[5]将机器人的关节摩擦与施加在连杆上的外力视为外部干扰,提出一种非线性干扰观测器,该方案可以在不测量加速度的情况下分别对摩擦力与外力进行估计,在降低摩擦与外力影响的同时也避免了测量噪声。文献[6]为消除柔性机器人电机侧摩擦对系统的影响,提出一种基于干扰观测器的比例微分控制器。文献[7]将机器人中包含摩擦在内的不确定动力学与未知干扰力矩视为集中干扰,并采用2种滑模观测器对该干扰进行处理。虽然文献[2—7]针对机器人摩擦问题都提出了补偿方案,但是所采用的方案都是将摩擦视为干扰,或者与系统其他问题糅合在一起,共同视为不确定动力学或外部干扰,再通过设计观测器进行估计补偿,这样的补偿方案模糊了摩擦与系统中其他问题的界限,没有体现摩擦自身的特性。

与干扰和故障等机器人的其他问题不同,摩擦具有独特的特性,摩擦的方向总是与运动方向相

反。通常情况下,学者们可以采用已经建立好的数学模型描述。基于数学模型的摩擦补偿方案由于可以根据已知模型提前估算出摩擦力矩,与直接采用干扰观测器进行补偿的方案相比,计算量更小^[8]。然而,由于基于模型的摩擦补偿方案依赖于已知摩擦模型的精确度,因此,一个精确的摩擦模型能显著提高摩擦补偿效果。学者们经过不断努力,提出了包含库伦摩擦、库伦+粘滞摩擦、静摩擦+库伦+粘滞摩擦、Stribeck摩擦在内的多种静态模型和包含Dahl摩擦、LuGre摩擦在内的多种动态模型^[9]。其中,LuGre动态模型通过微观层面对摩擦现象进行描述,能够全面精确地描述各种动态和静态的摩擦特性,是一种比较完善的摩擦模型^[10]。

由于LuGre模型的优越性,研究者将LuGre模型应用于机器人的摩擦补偿中。文献[11]采用LuGre模型对多关节机器人的摩擦问题进行描述,提出一种基于自适应神经补偿器的摩擦补偿方案,并在此基础上设计了鲁棒滑模控制器。文献[12]针对双连杆机械臂存在高耦合、非线性和LuGre摩擦参数未知等问题,提出一种自适应模糊神经网络控制器。文献[13]提出一种将LuGre摩擦模型与比姆神经网络(beam network)相结合的软—固相互作用的接触模型,用于机器人人机交互的控制,提高了控制效果。文献[14]将神经网络等智能控制方法与传统滑模控制器相结合,用于处理包含LuGre摩擦在内的各种不确定,在实现消除抖振的同时又提高了控制精度。文献[15]考虑非线性摩擦对精密伺服装配臂的影响,提出一种改进遗传算法对LuGre模型进行识别,有效消除了摩擦的影响。然而,采用神经网络和遗传算法这类智能控制方案来处理LuGre摩擦问题,存在计算量较大、在实际应用中难以实现的缺陷。

为了减少摩擦补偿的计算量,对于LuGre摩擦

模型的未知状态变量的问题,研究者提出了双摩擦状态观测器的方案。文献[16]针对单关节机器人摩擦导致运动控制性能下降的问题,提出基于双摩擦状态观测器的 LuGre 摩擦模型自适应鲁棒控制方案。文献[17]考虑柔性关节机器人存在关节摩擦影响的问题,采用 LuGre 摩擦模型,设计了双摩擦状态观测器对无法直接测量的摩擦内部状态变量进行估计,进而实现对摩擦的补偿。文献[18]针对柔性关节机器人摩擦问题,基于 LuGre 摩擦模型,提出了基于双摩擦状态观测器自适应摩擦补偿方案。文献[19]将 LuGre 模型用于描述分布式拉格朗日系统的摩擦问题,提出一种基于双摩擦状态观测器的估计及参数自适应的补偿控制方案。然而,文献[16—19]都有一个共同之处,即:针对传统 LuGre 模型存在内部状态变量无法直接观测的问题,设计了2个观测器来同时针对摩擦内部状态变量进行估计,这样就使得摩擦补偿的结构非常复杂。

本文提出一种基于双观测器的机器人自适应摩擦补偿控制方法。首先设计终端滑模观测器对机器人的速度进行估计,然后基于连续 LuGre 模型,设计摩擦状态观测器和摩擦参数自适应律,最后结合摩擦补偿设计反演控制器,使机器人在受到关节摩擦影响的情况下能有效跟踪期望位置轨迹。与文献[16—19]需要同时设计2个观测器才能完成对摩擦内部状态的估计相比,本文方法采用改进传统 LuGre 模型后得到的连续 LuGre 模型,只需要设计一个摩擦状态观测器即可实现对摩擦内部状态的估计,减少了计算量,提高了摩擦的补偿效率。同时,另一个终端滑模观测器则用来对机器人的速度进行估计,有效避免直接速度测量对系统引入的噪声。除了考虑摩擦的内部状态,本文还考虑了摩擦参数未知的情况,设计了自适应律对摩擦的参数进行估计。本文所提出的基于双观测器的自适应摩擦补偿控制方法能有效降低机器人位置跟踪误差,提高机器人的控制精度。

1 受摩擦影响的机器人数学模型

受关节摩擦影响的 n 自由度非线性机器人^[20—24]的

表达式为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + f = \tau \quad (1)$$

式中: $q \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为机器人的关节位置; $\dot{q} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为关节速度; $\ddot{q} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为关节加速度; $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为对称的正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为哥氏力和离心力项; $G(q) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为重力项; $f \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为摩擦力项; $\tau \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为控制力矩输入。

对于各关节的摩擦力 f ,本文采用一种连续 LuGre 模型进行描述。在未改变传统 LuGre 模型特性的前提下,连续 LuGre 模型通过引入反正切函数使摩擦内部状态的动力学模型变得连续可导,为本文摩擦状态观测器的设计提供了便捷。连续 LuGre 模型^[21]可表示为

$$f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q} \quad (2)$$

式中: σ_0 是摩擦的刚度系数; σ_1 是阻尼系数; σ_2 是黏性摩擦系数; z 是无法直接测量的摩擦内部状态变量,表示为

$$\dot{z} = S_1 \dot{q} - \frac{S_2}{L(\dot{q})} z \quad (3)$$

其中, $S_1 = S_0^2$, $S_2 = S_0 \dot{q}$, $S_0 = 2 \arctan(k_v \dot{q} / \pi)$, k_v 是一个较大的正常数对称矩阵, $L(\dot{q})$ 是一个正函数,表示为

$$L(\dot{q}) = F_C + (F_S - F_C) e^{-(\dot{q}/v_s)^2} \quad (4)$$

其中, F_C 为库仑摩擦力, F_S 为静摩擦力, v_s 为 Stribeck 速度。

2 基于双观测器的自适应摩擦补偿控制方法

针对非线性机器人式(1)存在关节摩擦 f 式(2)的问题,本文所提基于双观测器的自适应摩擦补偿控制方案如图1所示。首先,为了避免机器人关节速度直接测量带来的噪声,设计终端滑模观测器得到机器人关节速度的估计值 $\hat{\dot{q}}$;然后,针对关节摩擦问题,设计摩擦状态观测器与摩擦参数自适应律,并把得到的摩擦状态的估计值 \hat{z} 与摩擦参数的自适应律 $\hat{\sigma}_i (i = 0, 1, 2)$ 代入连续 LuGre 模型中,得出摩擦的估计值 \hat{f} ;最后,根据摩擦估计值 \hat{f} 进一步设计反演控制器,并通过反演控制器计算得到控制力矩 τ ,完成对机器人的控制,使机器人在受到关节摩擦

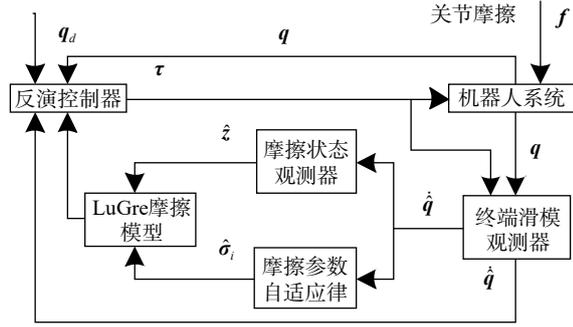


图1 基于双观测器的自适应摩擦补偿控制框图

f 影响的情况下依然可以对期望轨迹 q_d 进行有效的跟踪。

2.1 机器人终端滑模观测器设计

定义机器人的状态变量 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2]^T$, 其中, $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 。则机器人的动力学模型式(1)可转换为状态空间形式, 为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\mathbf{x}_2 - \mathbf{G} - \mathbf{f}) \end{cases} \quad (5)$$

定义非线性函数

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{f}) = \mathbf{M}^{-1}(-\mathbf{C}\mathbf{x}_2 - \mathbf{G} - \mathbf{f}) \quad (6)$$

则机器人状态空间方程式(5)可转换为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\tau} \end{cases} \quad (7)$$

对于非线性函数 $\mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, 满足 Lipschitz 条件^[22], 即

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) - \mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \leq k_A \|\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2\| \quad (8)$$

式中: k_A 为已知正常数; $\hat{\mathbf{x}}_2$ 和 \mathbf{x}_2 分别为机器人状态的估计值和实际值。

根据机器人状态空间方程式(7), 设计机器人状态变量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 的终端滑模观测器, 为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = \hat{\mathbf{x}}_2 - \boldsymbol{\alpha} \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\alpha}^{b_2/a_2} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_2$ 分别为机器人状态 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 的估计; a_2, b_2 为奇数, 满足 $a_2 > b_2$; $\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\zeta}$ 为正定参数矩阵, 满足 $\|\boldsymbol{\gamma}\| \geq k_A$ 。

$$\boldsymbol{\alpha} = \int \left[(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1) \text{sgn}(s) + \left(l \frac{a_1}{b_1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} \right] dt \quad (10)$$

式中: $\mathbf{K}_0, \mathbf{K}_1, l$ 均为正定常数矩阵, 满足 $k_0 = \max(\mathbf{K}_0)$; s 表示滑模面, 其表达式为

$$s = \tilde{\mathbf{x}}_1 + l \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} \quad (11)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1$ 为位置估计误差, a_1, b_1 为正奇数,

满足 $a_1 > b_1$ 。

根据式(7)和式(9), 状态估计误差可写成状态空间方程形式, 为

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \tilde{\mathbf{x}}_2 - \boldsymbol{\alpha} \quad (12)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) - \mathbf{A}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\alpha}^{b_2/a_2}$$

式中 $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2$ 为速度估计误差。

接下来将对终端滑模观测器式(9)的稳定性和状态估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}_1$ 及 $\tilde{\mathbf{x}}_2$ 的收敛性进行证明。

定理 考虑机器人式(1)受关节摩擦式(2)的影响, 采用终端滑模观测器式(9), 机器人的位置和速度估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2$ 能收敛到0, 即: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2) = 0$ 。

证明 分别对式(10)和式(11)求导, 则

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1 \text{sgn}(s) + \left(l \frac{a_1}{b_1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} \quad (13)$$

$$\dot{s} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 + \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \tilde{\mathbf{x}}_1 \quad (14)$$

定义一个 Lyapunov 函数

$$V_{ES1} = s^T s \quad (15)$$

对式(15)求导并将式(13)代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ES1} &= 2s^T \dot{s} = 2s^T \left(\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 + \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \tilde{\mathbf{x}}_1 \right) = \\ &2s^T \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \left(l^{-1} \frac{b_1}{a_1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} + \tilde{\mathbf{x}}_1 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

由式(12)可知, $\tilde{\mathbf{x}}_1 = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 - \dot{\boldsymbol{\alpha}}$, 代入式(16), 得

$$\dot{V}_{ES1} = 2s^T \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \left(l^{-1} \frac{b_1}{a_1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} + \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 - \dot{\boldsymbol{\alpha}} \right) \quad (17)$$

将式(13)代入式(17), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ES1} &= 2s^T \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \left\{ l^{-1} \frac{b_1}{a_1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} + \right. \\ &\left. \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 - \left(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1 \text{sgn}(s) + l^{-1} \frac{b_1}{a_1} \hat{\mathbf{x}}_1^{2-a_1/b_1} \right) \right\} = \\ &2s^T \left(l \frac{a_1}{b_1} \right) \hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} (\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 - \mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1 \text{sgn}(s)) \end{aligned} \quad (18)$$

由式(10)和式(11)参数设置需求可知: $k_0 \geq \|\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2\|_{\max}$, 且 $\hat{\mathbf{x}}_1^{a_1/b_1-1} \geq 0$ 。则式(18)可变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ES1} &\leq 2k_1 l \frac{a_1}{b_1} \|\hat{\mathbf{x}}_1\|^{a_1/b_1-1} \|s\| = \\ &2k_1 l \frac{a_1}{b_1} \|\hat{\mathbf{x}}_1\|^{a_1/b_1-1} V_{ES1}^{\frac{1}{2}} \leq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $k_1 = \max(\mathbf{K}_0)$; $l = \max(l_i)$ 。

由式(19)可知, 滑模面 s 能收敛到0; 再根据滑模面 s 的定义, $\tilde{\mathbf{x}}_1, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1$ 也能收敛于0; 当 $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1$ 收敛到

0后,根据式(12)可知, $\tilde{x}_2 = \alpha$,则由式(12)表示为

$$\dot{\tilde{x}}_2 = A(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - A(x_1, x_2) - \gamma \tilde{x}_2 - \zeta \tilde{x}_2^{b_2/a_2} \quad (20)$$

再定义一个 Lyapunov 函数

$$V_{ES2} = \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2 \quad (21)$$

对式(21)求导并代入式(20),得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ES2} &= 2\tilde{x}_2^T \dot{\tilde{x}}_2 = \\ & 2\tilde{x}_2^T (A(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - A(x_1, x_2)) - \gamma \tilde{x}_2 - \zeta \tilde{x}_2^{b_2/a_2} \end{aligned} \quad (22)$$

根据以上推导可知, \tilde{x}_1 已经收敛到0。则式(8)可表示为

$$A(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - A(x_1, x_2) \leq k_A \|\tilde{x}_2 - x_2\| = k_A \|\tilde{x}_2\| \quad (23)$$

将式(23)代入式(22),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ES2} &= 2\tilde{x}_2^T \dot{\tilde{x}}_2 = \\ & 2\tilde{x}_2^T (k_A \|\tilde{x}_2\| - \gamma \tilde{x}_2 - \zeta \tilde{x}_2^{b_2/a_2}) = \\ & 2(k_A - \gamma) \|\tilde{x}_2\|^2 - 2\zeta \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2^{b_2/a_2} \end{aligned} \quad (24)$$

式中 $\gamma = \|\gamma_i\|_{\max}$,由式(9)中对参数的设置需求可知, $\gamma \geq k_A$ 。则式(24)变为

$$\dot{V}_{ES2} \leq -2\zeta \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2^{b_2/a_2} = -2V_{ES2}^{(a_2+b_2)/a_2} \leq 0 \quad (25)$$

由式(25)可知,速度估计误差 \tilde{x}_2 也能收敛到0。因此,考虑机器人式(1)受关节摩擦式(2)影响的情况下,采用终端滑模观测器式(9),位置和速度估计误差 \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 能收敛到0。定理得证。

2.2 机器人基于摩擦估计的反演控制设计

对于机器人的摩擦问题,结合连续 LuGre 模型,分别设计摩擦状态观测器与摩擦参数自适应,实现对关节摩擦的估计。

定义机器人的位置误差 $e_1 \in \mathbf{R}^{n \times 1}$,为

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (26)$$

式中 $x_{1d} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为机器人关节的期望位置。对式(26)求导,得速度误差,为

$$\dot{e}_1 = x_2 - x_{2d} \quad (27)$$

结合所采用的摩擦模型式(2),摩擦估计可以表示为

$$\hat{f} = \hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \hat{x}_2 \quad (28)$$

式中: \hat{f} 为对摩擦 f 的估计; $\hat{\sigma}_i (i=0,1,2)$ 为摩擦参数 $\sigma_i (i=0,1,2)$ 的估计值; \hat{z} 为通过摩擦状态观测器得到的摩擦状态 z 的估计值。摩擦状态观测器设计为

$$\dot{\hat{z}} = S_1 \hat{x}_2 - \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \hat{z} - \mu \varepsilon \quad (29)$$

式中: μ 为待设计的正定摩擦状态观测器参数矩阵;

$\varepsilon = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1$ 是与位置误差和速度误差相关的变量。

定义摩擦状态观测误差为 $\tilde{z} = \hat{z} - z$,由式(29)

与式(3),摩擦状态估计误差动力学为

$$\dot{\tilde{z}} = -\frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \mu \varepsilon \quad (30)$$

摩擦参数自适应律设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\sigma}}_0 = -\frac{e_2^T M^{-1} \dot{\hat{z}}}{a_0} \\ \dot{\hat{\sigma}}_1 = -\frac{e_2^T M^{-1} \dot{\hat{z}}}{a_1} \\ \dot{\hat{\sigma}}_2 = -\frac{e_2^T M^{-1} \hat{x}_2}{a_2} \end{cases} \quad (31)$$

由式(28)与式(2),摩擦估计误差为

$$\tilde{f} = \hat{f} - f = \sigma_0 \tilde{z} + \tilde{\sigma}_0 \dot{\hat{z}} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \tilde{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \tilde{\sigma}_2 \hat{x}_2 \quad (32)$$

式中 $\tilde{\sigma}_i = \hat{\sigma}_i - \sigma_i (i=1,2,3)$ 为摩擦状态估计误差。

接下来设计反演控制器保证机器人的位置跟踪效果,把二阶机器人分解为2个子系统,通过分别为2个子系统设计 Lyapunov 函数和中间虚拟控制量,完成机器人的反演控制器设计。

Step1,定义一个误差 $e_2 \in \mathbf{R}^{n \times 1}$,为

$$e_2 = \hat{x}_2 - \varphi \quad (33)$$

式中 $\varphi \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为虚拟控制量,定义为

$$\varphi = -\lambda_1 e_1 + x_{2d} \quad (34)$$

对所定义的误差 e_2 式(33)求导

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{\hat{x}}_2 - \dot{\varphi} = \dot{x}_2 + \dot{\hat{x}}_2 + \lambda_1 \dot{e}_1 - \dot{x}_{2d} = \\ & M^{-1}(\tau - Cx_2 - G - f) + \dot{\hat{x}}_2 + \lambda_1 \dot{e}_1 - \dot{x}_{2d} \end{aligned} \quad (35)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 \quad (36)$$

对式(36)求导,并把速度误差式(27)与虚拟控制量式(34)代入,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1^T \dot{e}_1 = e_1^T (x_2 - x_{2d}) = \\ & e_1^T (e_2 - \tilde{x}_2 + \varphi - x_{2d}) = -\lambda_1 e_1^T e_1 + e_1^T e_2 - e_1^T \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (37)$$

为保证 $\dot{V}_1 \leq 0$,还需要进行下一步设计。

Step2,再定义一个 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^T e_2 \quad (38)$$

对式(38)求导并将式(35)与式(37)代入,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2^T \dot{e}_2 = -\lambda_1 e_1^T e_1 + e_1^T e_2 + \\ & e_2^T [M^{-1}(\tau - C\dot{q} - G - f) + \lambda_1 \dot{e}_1 - \dot{x}_{2d}] \end{aligned} \quad (39)$$

设计带有摩擦估计的反演控制器,为

$$\begin{aligned} \tau &= \hat{C}\dot{\hat{x}}_2 + G + \hat{f} + \\ M(-\lambda_1(\hat{x}_2 - x_{2d}) - \lambda_2 e_2 + \dot{x}_{2d} - e_1 + \tau_c) \end{aligned} \quad (40)$$

式中: \hat{C} 为机器人哥氏力和离心力项 C 中速度量 \dot{q} 用速度估计量 \hat{x}_2 替代后的矩阵; $\tau_c = \rho \text{sgn}(e_2)$ 为补偿项, $\rho \geq 0$ 和 $\lambda_2 \geq 0$ 分别为待设计的参数。

将带摩擦估计的反演控制器式 (40) 与摩擦估计误差式 (32) 代入式 (39), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\lambda_1 e_1^T e_1 - e_1^T \dot{\hat{x}}_2 - \lambda_2 e_2^T e_2 + \\ e_2^T M^{-1} (\tilde{f} + \hat{C}\dot{\hat{x}}_2 + \tilde{C}x_2 + M\tau_c) &= \\ -\lambda_1 e_1^T e_1 - e_1^T \dot{\hat{x}}_2 - \lambda_2 e_2^T e_2 + \\ e_2^T (M^{-1} \tilde{C}\dot{\hat{x}}_2 + M^{-1} \tilde{C}x_2 + \tau_c) + \\ e_2^T M^{-1} (\sigma_0 \tilde{z} + \tilde{\sigma}_0 \dot{\hat{z}} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \tilde{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \tilde{\sigma}_2 \dot{\hat{x}}_2) \end{aligned} \quad (41)$$

由定理可知, 速度估计误差 \tilde{x}_2 能收敛到 0。通过选择参数 $\rho \geq \|M^{-1} \tilde{C}x_2\|$ 则有 $\|e_2\| \|M^{-1} \tilde{C}x_2 + \tau_c\| \leq 0$, 即

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 + \\ e_2^T M^{-1} (\sigma_0 \tilde{z} + \tilde{\sigma}_0 \dot{\hat{z}} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \tilde{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \tilde{\sigma}_2 \dot{\hat{x}}_2) \end{aligned} \quad (42)$$

再定义一个 Lyapunov 函数

$$V_3 = \frac{1}{2} \tilde{z}^T \tilde{z} + \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_0^T a_0 \tilde{\sigma}_0 + \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_1^T a_1 \tilde{\sigma}_1 + \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_2^T a_2 \tilde{\sigma}_2 \quad (43)$$

式中 $a_i (i=0, 1, 2)$ 为待设计的正定对称参数矩阵。

对式 (43) 求导, 并将摩擦状态估计误差动力学式 (30) 代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \tilde{z}^T \dot{\tilde{z}} + \tilde{\sigma}_0^T a_0 \dot{\tilde{\sigma}}_0 + \tilde{\sigma}_1^T a_1 \dot{\tilde{\sigma}}_1 + \tilde{\sigma}_2^T a_2 \dot{\tilde{\sigma}}_2 = \\ -\tilde{z}^T \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \mu \tilde{z}^T \varepsilon + \tilde{\sigma}_0^T a_0 \dot{\tilde{\sigma}}_0 + \\ \tilde{\sigma}_1^T a_1 \dot{\tilde{\sigma}}_1 + \tilde{\sigma}_2^T a_2 \dot{\tilde{\sigma}}_2 \end{aligned} \quad (44)$$

定义一个 Lyapunov 函数 $V = V_2 + V_3$, 对 V 求导并将式 (42) 与式 (44) 代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 - \tilde{z}^T \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} + \\ (\tilde{\sigma}_0^T a_0 \dot{\tilde{\sigma}}_0 + e_2^T M^{-1} \tilde{\sigma}_0 \dot{\hat{z}}) + (\tilde{\sigma}_1^T a_1 \dot{\tilde{\sigma}}_1 + e_2^T M^{-1} \tilde{\sigma}_1 \dot{\hat{z}}) + \\ (\tilde{\sigma}_2^T a_2 \dot{\tilde{\sigma}}_2 + e_2^T M^{-1} \tilde{\sigma}_2 \dot{\hat{x}}_2) - \mu \tilde{z}^T \varepsilon + e_2^T M^{-1} \sigma_0 \tilde{z} + e_2^T M^{-1} \sigma_1 \dot{\tilde{z}} \end{aligned} \quad (45)$$

将设计的自适应律式 (31) 代入式 (45), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 - \tilde{z}^T \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \\ \mu \tilde{z}^T \varepsilon + e_2^T M^{-1} \sigma_0 \tilde{z} + e_2^T M^{-1} \sigma_1 \dot{\tilde{z}} \end{aligned} \quad (46)$$

由于 $\varepsilon = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 = e_2$, 将摩擦状态估计误差动力学式 (30) 代入式 (46), 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 - \tilde{z}^T \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \mu \tilde{z}^T e_2 + \\ e_2^T M^{-1} \left(\sigma_0 - \frac{\sigma_1 S_2}{L(\hat{x}_2)} \right) \tilde{z} - e_2^T (\mu M^{-1} \sigma_1) e_2 \leq \\ -\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 - \frac{1}{2} \mu e_2^T e_2 + \\ \frac{1}{2} e_2^T M^{-1} \left(\sigma_0 - \frac{\sigma_1 S_2}{L(\hat{x}_2)} \right) e_2 - e_2^T (\mu M^{-1} \sigma_1) e_2 - \\ \tilde{z}^T \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \frac{1}{2} \mu \tilde{z}^T \tilde{z} + \frac{1}{2} \tilde{z}^T M^{-1} \left(\sigma_0 - \frac{\sigma_1 S_2}{L(\hat{x}_2)} \right) \tilde{z} \leq \\ -\lambda_1 e_1^T e_1 - e_2^T \left(\lambda_2 + \mu M^{-1} \sigma_1 + \frac{1}{2} M^{-1} \frac{\sigma_1 S_2}{L(\hat{x}_2)} \right) e_2 - \\ \frac{1}{2} e_2^T (\mu - M^{-1} \sigma_0) e_2 - \tilde{z}^T \left(1 + \frac{1}{2} M^{-1} \sigma_1 \right) \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \tilde{z} - \\ \frac{1}{2} \tilde{z}^T (\mu - M^{-1} \sigma_0) \tilde{z} \end{aligned} \quad (47)$$

由于函数 $L(\dot{q})$ 满足 $0 < F_C \leq L(\hat{x}_2) \leq F_S$, S_2 满足 $0 \leq S_2 \leq \pi \|\hat{x}_2\|$, 则有 $\frac{S_2}{L(\hat{x}_2)} \geq 0$ 。为了方便分析, 再定义 3 个变量: $\beta_1 = \lambda_2 + \mu M^{-1} \sigma_1 + \frac{1}{2} M^{-1} \frac{\sigma_1 S_2}{L(\hat{x}_2)}$; $\beta_2 = \left(1 + \frac{1}{2} M^{-1} \sigma_1 \right) \frac{S_2}{L(\hat{x}_2)}$; $\beta_3 = \mu - M^{-1} \sigma_0$

根据式 (29)、式 (34)、式 (40) 的参数选取要求, 有 $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$, $\mu \geq 0$, 易得: $\beta_1 \geq 0$, $\beta_2 \geq 0$ 。再通过对参数 μ 的选取, 使之满足 $\mu \geq M^{-1} \sigma_0$, 则有 $\beta_3 \geq 0$, 即

$$\dot{V} \leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - e_2^T \left(\beta_1 + \frac{1}{2} \beta_3 \right) e_2 - \tilde{z}^T \left(\beta_2 + \frac{1}{2} \beta_3 \right) \tilde{z} \leq 0 \quad (48)$$

因此, 通过基于摩擦状态观测器式 (29) 与摩擦参数自适应式 (31) 的反演控制器式 (40) 设计, 可以使得位置误差 e_1 、定义的误差 e_2 和摩擦状态误差 \tilde{z} 渐进收敛, 从而保证机器人具有全局意义下的渐进稳定性。

将设计的虚拟控制量式 (34) 代入式 (33), 有

$$e_2 = \dot{q} - \varphi = (\dot{q} - \dot{q}_d) + \lambda_1 e_1 \quad (49)$$

因为位置误差 e_1 和定义的误差 e_2 都能渐进收敛, 所以速度误差 $\dot{e}_1 = x_2 - x_{2d}$ 也能渐进收敛。

3 仿真

为验证本文的基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法的有效性, 采用 2 自由度刚性机器人进行 MATLAB 仿真。机器人模型为

$$M(q) = \begin{bmatrix} p_1 + p_2 + p_3 \cos q_2 & p_2 + p_3 \cos q_2 \\ p_2 + p_3 \cos q_2 & p_2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -p_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & -p_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ p_3 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} p_4 g \cos q_1 + p_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ p_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (52)$$

式中: $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2]^T$ 为机器人 2 个关节的位置; 机器人参数为 $p_1 = 2.90$, $p_2 = 0.76$, $p_3 = 0.87$, $p_4 = 3.04$, $p_5 = 0.87$, $g = 9.80$ 。

实际的摩擦参数值^[19] 设置为:

$$\sigma_0 = \text{diag}(0.45, 0.45)$$

$$\sigma_1 = \text{diag}(0.63, 0.63)$$

$$\sigma_2 = \text{diag}(0.89, 0.89)$$

$$\mathbf{F}_C = \text{diag}(3.29, 3.29)$$

$$\mathbf{F}_S = \text{diag}(3.85, 3.85)$$

$$\mathbf{v}_s = \text{diag}(2.23, 2.23)$$

$$\mathbf{k}_v = \text{diag}(1\ 000, 1\ 000)$$

考虑机器人 2 个关节的初始位置为 $\mathbf{q} = [0 \quad 0]^T$, 期望轨迹设置为

$$\begin{cases} q_{d1} = -1 + \sin t \\ q_{d2} = \cos t \end{cases} \quad (53)$$

仿真中, 将本文的基于双观测器的摩擦自适应补偿控制(本文方法)与传统反演控制(对比方法)进行对比, 2 种方案针对同一被控对象, 被控对象具有同样初始状态, 受到同等大小的关节摩擦影响。传统反演控制器^[20] 为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{M}(-\lambda_1 \mathbf{e}_1 - \lambda_2 \mathbf{e}_2 + \dot{\mathbf{x}}_{2d} - \mathbf{e}_1) \quad (54)$$

在参数选择方面, 反演控制器、终端滑模观测器、摩擦状态观测器及参数自适应律的参数选择为: $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 10$, $a_1 = 9$, $b_1 = 7$, $a_2 = 97$, $b_2 = 95$, $\rho = 0.001$, $\boldsymbol{\gamma} = \text{diag}(0.001, 0.000\ 1)$, $\mathbf{l} = \text{diag}(1.5, 3)$, $\boldsymbol{\zeta} = \text{diag}(0.000\ 1, 0.0005)$, $\mathbf{K}_0 = \text{diag}(0.001, 0.05)$, $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(0.25, 1.2)$, $\boldsymbol{\mu} = \text{diag}(0.001, 0.001)$, $\mathbf{a}_0 = \text{diag}(1\ 000, 1\ 200)$, $\mathbf{a}_1 = \text{diag}(900, 1\ 000)$, $\mathbf{a}_2 = \text{diag}(1\ 200, 1\ 000)$ 。

其仿真结果如图 2—5 所示。

由图 2 可以看出: 当机器人受关节摩擦影响时, 采用传统反演控制方法, 机器人关节 1 和关节 2 无法很好地跟踪期望轨迹; 采用基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法, 机器人关节 1 和关节 2 都能有效跟踪期望轨迹。由图 3 可以看出: 在关节摩擦的影响下, 采用传统反演控制, 机器人关节 1 和关节 2 始终存在较大的位置误差, 跟踪效果较差; 采用本文的基于双观测器的摩擦自适应补偿控

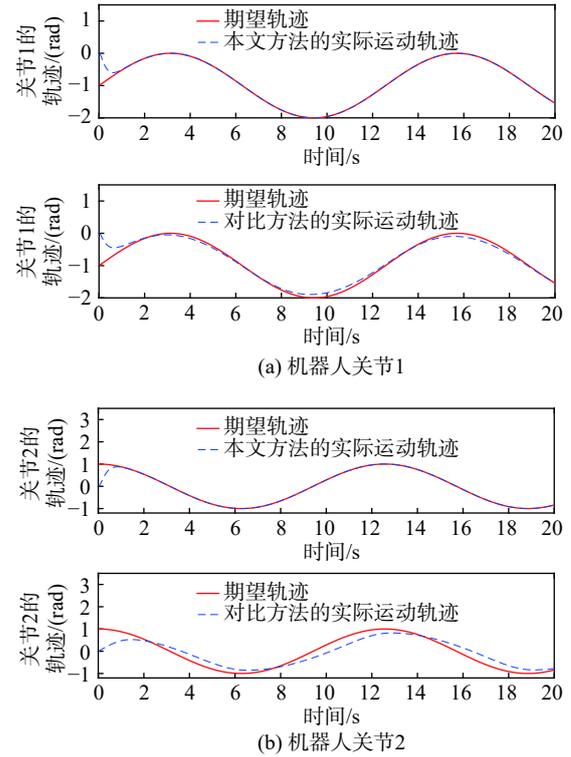


图 2 本文方法和对比方法的机器人关节的轨迹跟踪效果

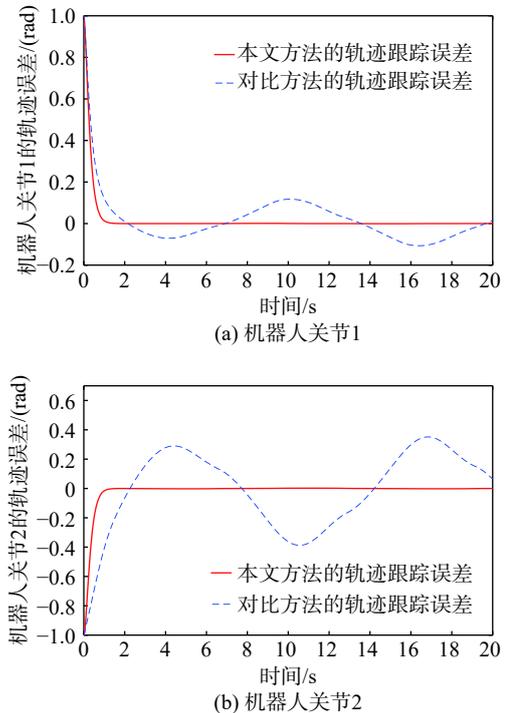


图 3 本文方法和对比方法的机器人关节的轨迹跟踪误差

制方案, 关节 1 和关节 2 的位置误差更小且收敛速度较快。

图 4 为关节 1 和关节 2 的速度估计。可以看出, 采用本文设计的终端滑模观测器, 机器人关节速度的估计值能有效跟踪实际速度值, 且估计误差

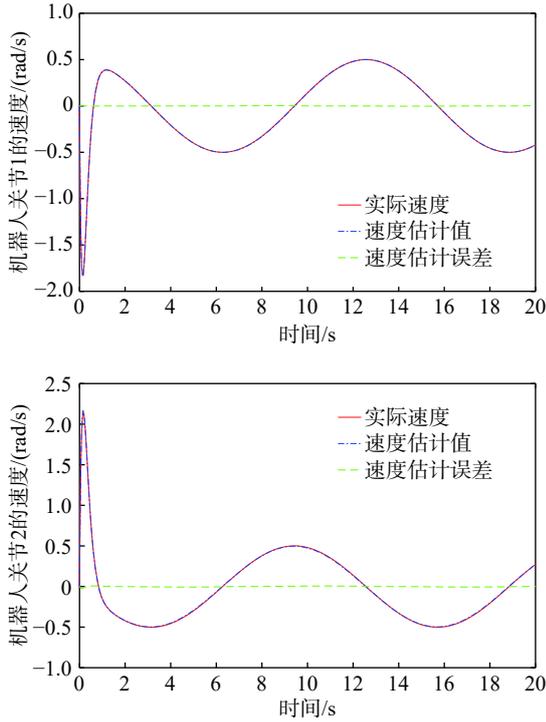


图 4 机器人关节 1 和关节 2 的实际速度、速度估计值与速度估计误差

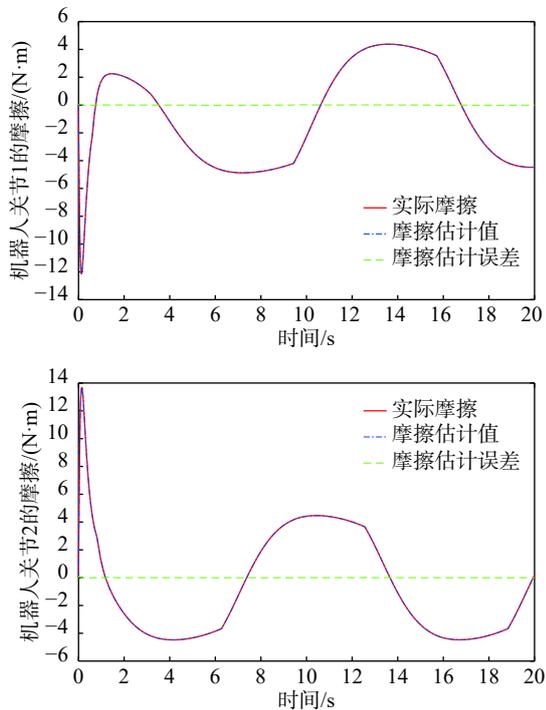


图 5 机器人关节 1 和关节 2 的实际摩擦、摩擦估计值与摩擦估计误差

能收敛到 0。从图 5 可以看出,采用本文的基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法对关节 1 和关节 2 都有较好的摩擦估计效果,且摩擦估计误差能在很短的时间内收敛到 0。

为了进一步分析本文提出的基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法的效果,对系统运行一段时间达到稳定状态之后的估计误差的范围、极差(误差最大值-误差最小值)这 2 个指标进行定量分析,其结果如表 1—3 所示。

表 1 基于双观测器的摩擦自适应补偿控制的速度估计效果分析

关节	速度估计误差/(rad/s)	极差/(rad/s)
关节1	$-2.4 \times 10^{-3} \sim 3.1 \times 10^{-3}$	0.005 421
关节2	$-6.5 \times 10^{-3} \sim 6.4 \times 10^{-3}$	0.012 910

表 2 基于双观测器的摩擦自适应补偿控制的摩擦估计效果分析

关节	摩擦估计误差/(N·m)	极差/(N·m)
关节1	$-0.017 85 \sim 0.027 35$	0.045 20
关节2	$-0.026 63 \sim 0.025 07$	0.051 71

表 3 传统反演控制与基于双观测器的摩擦自适应补偿控制的位置跟踪性能定量比较

关节	传统反演控制		基于双观测器的摩擦自适应补偿控制	
	位置跟踪误差/(rad/s)	极差/(rad/s)	位置跟踪误差/(rad/s)	极差/(rad/s)
关节1	$-0.107 \sim 0.199$	0.305 4	$-7.5 \times 10^{-4} \sim 9.7 \times 10^{-4}$	0.001 712
关节2	$-0.554 \sim 0.352$	0.905 6	$-2.1 \times 10^{-3} \sim 2.1 \times 10^{-3}$	0.004 256

从表 1—3 可以看出,与传统反演控制方案相比,采用本文的基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法能有效对机器人速度量进行估计,并有效估计关节摩擦,机器人位置跟踪误差也更小,控制精度更高。

4 结论

本文针对机器人系统中关节摩擦的问题,提出一种基于双观测器的摩擦自适应补偿控制方法。首先设计终端滑模观测器对机器人的速度进行估计,然后为了实现摩擦补偿,基于连续 LuGre 摩擦模型,设计了摩擦状态观测器与摩擦参数自适应律,最后结合摩擦估计设计反演控制器,使机器人在关节摩擦影响的情况下能有效跟踪期望位置轨迹。该方法能有效对机器人速度量进行估计,避免速度直接测量产生的噪声,且能有效估计补偿关节摩擦,降低机器人位置跟踪误差,提高系统控制精

度。在下一步工作中研究更为复杂的柔性机器人中的摩擦补偿问题,同时将对所提控制方案进行物理实验验证。

参 考 文 献

- [1] LIU X, ZHAO F, GE S Z, et al. End-effector force estimation for flexible-joint robots with global friction approximation using neural networks[J]. *IEEE Trans on Industrial Informatics*, 2019, 15(3): 1730 – 1741.
- [2] ZOU S Z, PAN B, FU Y L, et al. Extended high-gain observer based adaptive control of flexible-joint surgical robot[C]// Proc of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Qingdao: IEEE, 2016: 2128 – 2133.
- [3] 于振中, 姚锦涛. 基于非线性干扰观测器的下肢外骨骼上楼梯滑模控制[J]. *计算机应用研究*, 2020, 37(8): 2413 – 2416.
- [4] 张煜, 王耀南, 贾林. 异型曲面加工机器人自适应NDO控制[J]. *计算机工程与应用*, 2020, 56(12): 256 – 264.
- [5] KAWASAKI H, UEKI S. Disturbance observer estimating frictions and external forces for robot manipulators[C]// Proc of the IEEE ANDESCON. Arequipa: IEEE, 2016: 1 – 4.
- [6] KIM M J, CHUNG W K. Disturbance-observer-based PD control of flexible joint robots for asymptotic convergence[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2015, 31(6): 1508 – 1516.
- [7] XIAO B, YIN S, KAYNAK O, et al. Observer-based control for robotic manipulations with uncertain kinematics and dynamics[C]// Proc of the IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control. Auckland: IEEE, 2016: 282 – 288.
- [8] ISHIKAWA J, TEI S, HOSHINO D, et al. Friction compensation based on the LuGre friction model[C]// Proc of the Proceedings of SICE Annual Conference. Taipei: [s. n.], 2010: 9 – 12.
- [9] OLSSON H, ASTROM K J, CANUDAS DE W, et al. Friction models and friction compensation[J]. *European Journal of Control*, 1998, 4(3): 176 – 195.
- [10] INDRI M, TRAPANI S. Framework for static and dynamic friction identification for industrial manipulators[J]. *IEEE/ASME Trans on Mechatronics*, 2020, 25(3): 1589 – 1599.
- [11] WU Z M. Adaptive block compensation trajectory tracking control based on LuGre friction model[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, 16(5).
- [12] XU Z H, LI S, ZHANG R L, et al. Fuzzy-neural-network control for robot manipulators with LuGre friction model[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(6): 1097 – 1102.
- [13] TRKOV M, HAN H, YI J, et al. Stick-slip interactions of the soft-solid contact: An integrated lugre/beam network model approach[C]// Proc of the ASME 2015 Dynamic Systems and Control Conference. Columbus: ASME Press, 2015.
- [14] KAPOOR N, OHRI J. Sliding mode control (SMC) of robot manipulator via intelligent controllers[J]. *Journal of The Institution of Engineers*, 2017, 98(1): 83 – 98.
- [15] 李明, 封航, 李莹月. 基于改进遗传算法的LuGre摩擦模型参数辨识及补偿[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2018(11): 38 – 42.
- [16] LEE C W, KIM I H, SON Y I. LuGre model-based adaptive robust control of 1 DOF mechanical systems using only position measurement[C]// Proc of the 15th International Conference on Control, Automation and Systems. Busan: [s. n.], 2015: 1036 – 1041.
- [17] WANG X Z, LI H Y, WANG Y C, et al. Adaptive backstepping control of flexible joint robots with friction compensation based on LuGre model[C]// Proc of the 26th Chinese Control and Decision Conference. Changsha: [s. n.], 2014: 1484 – 1489.
- [18] LE-TIEN L, ALBU-SCHÄFFER A. Robust adaptive tracking control based on state feedback controller with integrator terms for elastic joint robots with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2018, 26(6): 2259 – 2267.
- [19] JIANG N J, XU J, ZHANG S. Distributed adaptive synchronization control with friction compensation of networked lagrange systems[J]. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2018, 16(3): 1038 – 1048.
- [20] LIU X, LIU D D. Composite control of nonlinear robotic system with exogenous disturbance[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 19564 – 19571.