

# 基于SRCKF算法的多自由度非线性系统 动载荷识别方法

龚璟淳, 陈清华, 厉砚磊\*, 王开云

(西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室, 四川 成都 610031)

**摘要:** 为识别铁道车辆车钩等存在非线性刚度阻尼的单一维度、多自由度系统的外部动载荷, 提出一种基于平方根容积卡尔曼滤波(SRCKF)算法的载荷识别方法。以一个二自由度的非线性弹簧阻尼系统为例, 建立包含外部动载荷和系统部件状态变量的非线性过程函数, 以各自由度振动加速度为观测量, 基于平方根容积卡尔曼滤波算法识别外部动载荷。仿真结果表明, 该方法可以较好地识别作用在多自由度非线性系统上的随机载荷, 刚度非线性系统和阻尼非线性系统的识别结果相关系数分别为 0.997 和 0.999。

**关键词:** 载荷识别; 非线性系统; 卡尔曼滤波; 随机载荷; 平方根容积卡尔曼滤波

中图分类号: O347.1 文献标志码: A 文章编号: 1673-159X(2024)01-0070-08

doi:10.12198/j.issn.1673-159X.5253

## Dynamic Load Identification Method for Multi-degree-of-freedom Nonlinear Systems Based on SRCKF Algorithm

GONG Jingchun, CHEN Qinghua, LI Yanlei\*, WANG Kaiyun

(State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031 China)

**Abstract:** In order to identify the external dynamic load of a single dimensional, multi-degree-of-freedom system with nonlinear stiffness damping, such as a railway car coupler, a loads identification method based on the square root cubature Kalman filter(SRCKF) algorithm is proposed. Taking a two-degree-of-freedom nonlinear spring-damped system as an example, a nonlinear process function containing external dynamic load and state variables of system components is established. The external dynamic load is identified based on the square root cubature Kalman filtering algorithm with the vibration acceleration of each degree-of-freedom as the observed quantity. The simulation results indicate that the method can identify the random load on the multi-degree-of-freedom nonlinear system well. The correlation coefficients of the identification results for the stiffness nonlinear and the damping nonlinear system are 0.997 and 0.999, respectively.

收稿日期: 2023-10-10

基金项目: 国家杰出青年科学基金(51825504); 国家自然科学基金重点项目(U19A20110)。

\*通信作者: 厉砚磊(1977—), 男, 正高级工程师, 硕士, 主要研究方向为列车系统动力学。

ORCID: 0009-0002-3080-3632 E-mail: liyanlei@cqsf.com

引用格式: 龚璟淳, 陈清华, 厉砚磊, 等. 基于SRCKF算法的多自由度非线性系统动载荷识别方法[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2024, 43(1): 70-77.

GONG Jingchun, CHEN Qinghua, LI Yanlei, et al. Dynamic Load Identification Method for Multi-degree-of-freedom Nonlinear Systems Based on SRCKF Algorithm[J]. Journal of Xihua University(Natural Science Edition), 2024, 43(1): 70-77.

**Keywords:** force measurement; nonlinear systems; Kalman filter; random load; square root cubature Kalman filter (SRCKF)

准确快速地识别机械系统的动载荷对系统的振动响应测量、结构参数优化、疲劳寿命预测等具有重要意义。对于轨道车辆、飞行器复杂非线性系统,直接测量轮轨作用力、飞行器外载荷等十分困难。因此,研究识别精度高、响应速度快的动载荷的间接识别方法具有重要的工程实用性。

动载荷识别方法主要分为时域识别法和频域识别法。频域识别法经过多年发展已较为成熟,其识别精度高但对噪声敏感,只适用于稳态动载荷和平稳随机载荷<sup>[1]</sup>。时域识别法起步较晚,其基本原理是将系统运动方程进行模态坐标变换,将动力方程解耦,再根据卷积后的激励与系统响应的关系识别出动载荷。武江凯等<sup>[2]</sup>以二次多项式为基函数,基于 Duhamel 积分推导建立了一种针对单自由度振动系统的动态载荷识别方法。樊懿葳等<sup>[3]</sup>在此基础上通过模态坐标变换法,将多自由度振动系统运动方程解耦,建立了一种以系统加速度为输入的多自由度振动系统动载荷时域识别方法。以上研究均针对线性系统,难以解决非线性系统的载荷识别问题。

卡尔曼滤波是一种结合模型先验估计和测量更新的状态估计算法<sup>[4-6]</sup>。马也驰等<sup>[7]</sup>基于卡尔曼滤波方法和最小方差估计方法,分别建立了以系统位移和加速度为输入参数的激振力时域识别方法。Impraimakis 等<sup>[8]</sup>设计了一个新型无迹卡尔曼滤波器,实现了非线性系统所有动态状态参数和输入参数的实时联合识别。LIU 等<sup>[9]</sup>基于扩展卡尔曼滤波方法,引入主成分分析(PCA)方法变换多维区间模型,建立了一种用于线性系统动载荷识别的动态力重构方法。许多研究<sup>[10-12]</sup>表明,卡尔曼滤波在载荷识别方面具有很强的实用性。

平方根容积卡尔曼滤波(SRCKF)<sup>[13]</sup>是一种基于三阶球面径向容积准则和平方根滤波的改进卡尔曼滤波算法。穆静等<sup>[14]</sup>应用 SRCKF 算法对未知弹道系数的再入弹道目标实现了快速精确的状态估计。肖仁鑫等<sup>[15]</sup>基于 SRCKF 算法结合遗忘因子,对电池荷电状态进行在线辨识。以上研究表明,在非线性过程问题中,平方根容积卡尔曼滤波

算法有较好的估计效果。

针对铁道车辆车钩等存在非线性刚度阻尼的单一维度、多自由度系统的外部动载荷,本文提出了一种基于 SRCKF 算法的多自由度非线性系统动载荷识别方法,通过建立包含动载荷的系统状态非线性递推函数,结合平方根容积卡尔曼滤波算法和系统各部件振动加速度响应来更新估计动载荷。为验证算法可行性,本文以二自由度非线性弹簧阻尼振子系统为例分析了该算法对随机激励和组合谐波激励的识别效果。

## 1 非线性系统建模与识别算法

### 1.1 二自由度非线性弹簧阻尼模型

以具有刚度非线性和阻尼非线性的弹簧振子串联振动系统为研究对象,如图 1 所示,系统的振动方程为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (1)$$

式中:  $M$  为系统质量矩阵;  $C$  为系统阻尼矩阵;  $K$  为系统刚度矩阵;  $X$ 、 $\dot{X}$  和  $\ddot{X}$  分别为系统的位移、速度

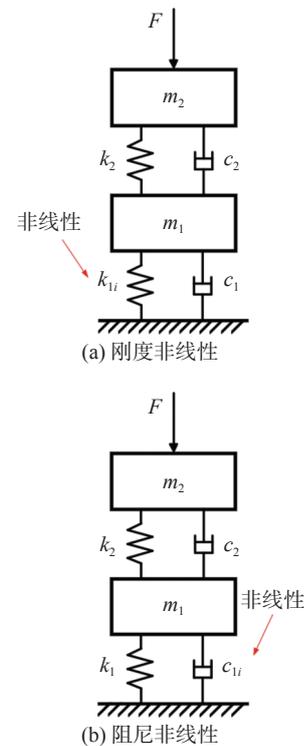


图 1 二自由度非线性振动系统模型图

Fig. 1 Model of 2 DOF nonlinear vibration system

和加速度向量;  $F$  为系统动载荷。

在刚度非线性系统中,  $k_1$  具有非线性特性, 如图 2 所示, 弹簧力计算公式为

$$F_1 = \begin{cases} k_{11}b & |b| \leq \delta_1 \\ k_{11}\delta_1 + k_{12}(|x| - \delta_1)\text{sign}(b) & \delta_1 \leq |b| \leq \delta_2 \\ k_{11}\delta_1 + k_{12}\delta_2 + k_{13}(|x| - \delta_2)\text{sign}(b) & |b| \geq \delta_2 \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $k_{1i}$  ( $i=1\sim 3$ ) 为刚度系数;  $b$  为相对位移;  $\delta_i$  ( $i=1\sim 2$ ) 为间断点对应位移值;  $\text{sign}()$  表示对取变量的正负号。

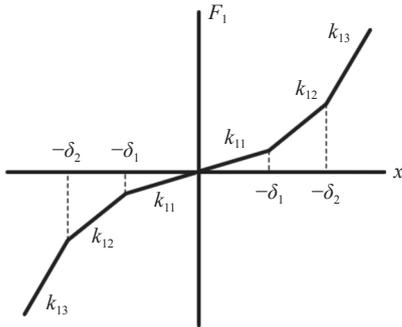


图 2 非线性刚度特性示意图

Fig. 2 Diagram of nonlinear stiffness characteristics

在阻尼非线性系统中,  $c_1$  具有非线性特性, 如图 3 所示, 阻尼力计算公式为

$$F_{d1} = \begin{cases} c_{11}\dot{b} & |\dot{b}| \leq \varepsilon_1 \\ c_{11}\varepsilon_1 + c_{12}(|\dot{x}| - \varepsilon_1)\text{sign}(\dot{b}) & \varepsilon_1 \leq |\dot{b}| \leq \varepsilon_2 \\ c_{11}\varepsilon_1 + c_{12}\varepsilon_2 + c_{13}(|\dot{x}| - \varepsilon_2)\text{sign}(\dot{b}) & |\dot{b}| \geq \varepsilon_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $c_{1i}$  ( $i=1\sim 3$ ) 为阻尼系数;  $\dot{b}$  为相对速度;  $\varepsilon_i$  ( $i=1\sim 2$ ) 为间断点对应速度值。

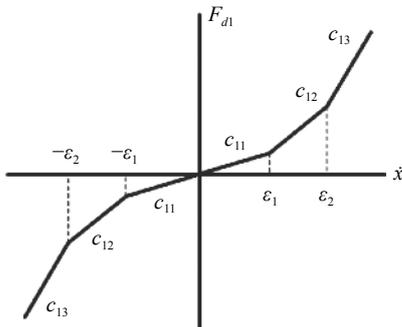


图 3 非线性阻尼特性示意图

Fig. 3 Diagram of nonlinear damping characteristics

## 1.2 SRCKF 算法识别原理

对于上述二自由度系统模型, 其状态变量为

$$\mathbf{x} = [z_1, z_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2] \quad (4)$$

式中:  $z_1$ 、 $z_2$  分别为质量块  $m_1$ 、 $m_2$  的垂向位移;  $\dot{z}_1$ 、 $\dot{z}_2$  分别为质量块  $m_1$ 、 $m_2$  的垂向速度。

将振动系统所受动载荷看作系统内在状态, 将状态变量扩充为

$$\mathbf{x} = [z_1, z_2, F, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{F}] \quad (5)$$

此时振动系统的状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{w} \\ \mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \end{cases} \quad (6)$$

对于系统的位移、速度和加速度响应, 在实际工程应用中, 加速度响应相比位移和速度响应更易测量, 因此, 选择系统中各部件振动加速度作为系统观测量, 为

$$\mathbf{z} = [\ddot{z}_1, \ddot{z}_2] \quad (7)$$

实际上传感器测量的数据为离散采样, 因此, 将系统状态方程离散化。根据固定积分步长采用四阶龙格库塔法对递推式进行时域积分迭代更新。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^{n_x}$  为系统状态变量;  $\mathbf{z}_k$  为观测量。过程噪声  $\mathbf{w}_{k-1}$  和量测噪声  $\mathbf{v}_k$  为相互独立的高斯分布, 即  $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$ ,  $\mathbf{v}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{R}_{k-1})$ 。

结合以上公式, 采用平方根容积卡尔曼滤波算法对系统动载荷的识别流程如图 4 所示。核心步骤是根据识别的第  $k-1$  步的状态变量  $\mathbf{x}_{k-1}$  递推出第  $k$  步的状态变量  $\mathbf{x}_k$  识别值。首先对状态变量  $\mathbf{x}_0$  和误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_0$  进行初始化, 给定过程噪声矩阵  $\mathbf{Q}$  和测量噪声矩阵  $\mathbf{R}$  的初始值。然后进行时间更新, 通过  $\mathbf{x}_{k-1}$  计算容积点  $X_{j,k-1}$ , 将容积点代入非线性状态方程计算传播后的容积点  $X_{j,k}^*$ , 再计算  $k$  时刻状态量预测值  $\mathbf{x}_k^*$  和误差协方差矩阵的平方根  $\mathbf{S}_k$ , 为:

$$X_{j,k-1} = \mathbf{S}_{k-1} \xi_j + \mathbf{x}_{k-1} \quad (9)$$

$$X_{j,k}^* = \mathbf{f}(X_{j,k-1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_k^* = \sum_{j=1}^m \omega_j X_{j,k}^* \quad (11)$$

$$\overline{\mathbf{S}}_k = \text{Tria}([\mathbf{X}_k^*, \mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1}]) \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{S}_{k-1}$  为  $\mathbf{P}_k$  乔列斯基分解后得到的上三角矩阵;  $\xi_j$  ( $j=1\sim m$ ) 为容积点集;  $\text{Tria}()$  表示对矩阵进行三角化, 获得矩阵的方阵;  $\mathbf{X}_k^*$  为中心加权矩阵, 为

$$\mathbf{X}_k^* = \frac{1}{\sqrt{m}} [X_{1,k}^* - x_k^*, X_{2,k}^* - x_k^*, \dots, X_{m,k}^* - x_k^*] \quad (13)$$

接着进行测量更新, 根据  $k$  时刻状态量预测值  $\mathbf{x}_k^*$  和误差协方差矩阵的平方根  $\overline{\mathbf{S}}_k$  计算容积点  $X_{j,k}$ , 将

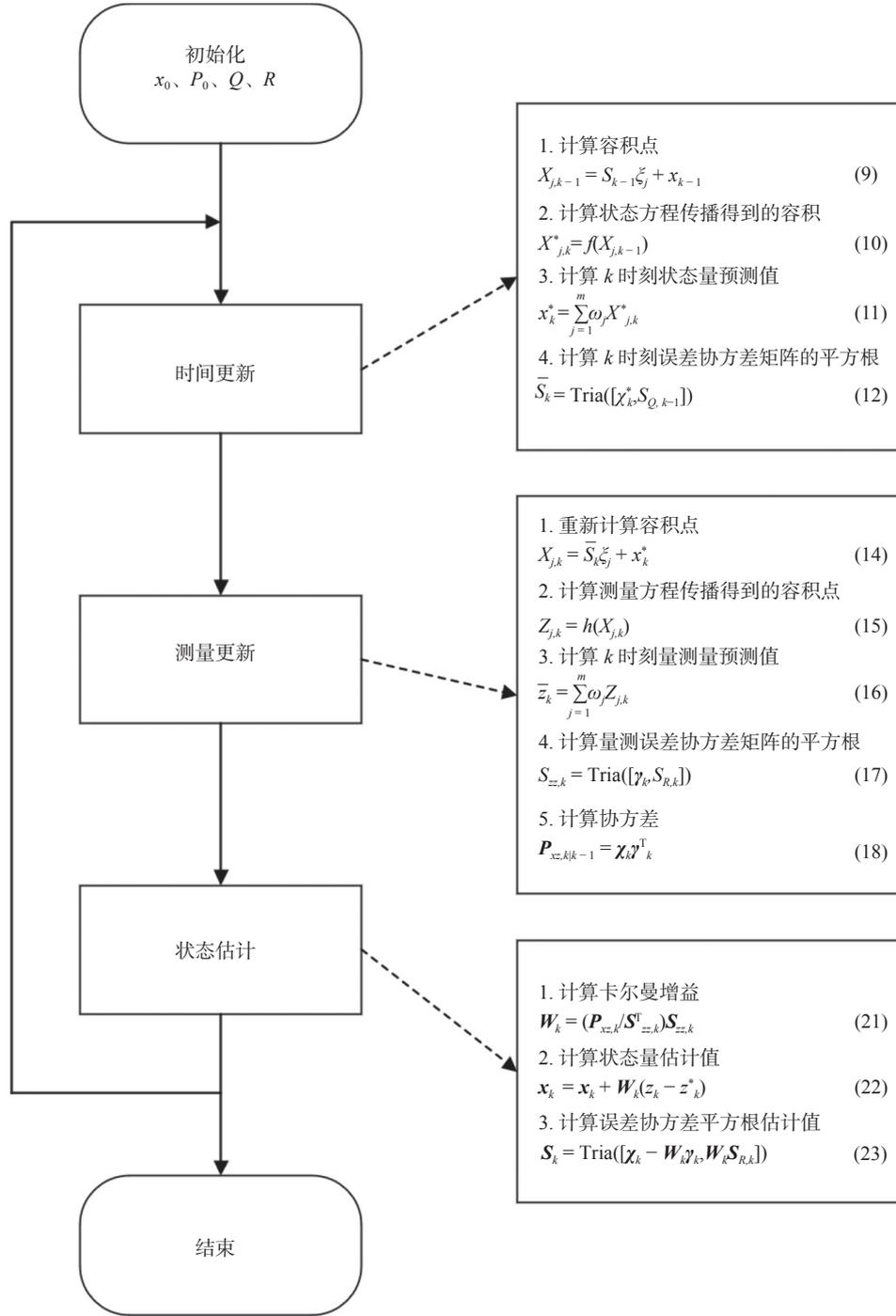


图 4 SRCKF 算法流程图

Fig. 4 Algorithm flow chart of SRCKF

$X_{j,k}$  代入测量方程进行传播, 得到传播后的容积点  $Z_{j,k}$ , 再计算  $k$  时刻的测量量预测值  $\bar{z}_k^*$ 、测量误差协方差矩阵的平方根  $S_{zz,k}^*$  和误差协方差矩阵  $P_k$ , 为:

$$X_{j,k} = \bar{S}_k \xi_j + x_k^* \quad (14)$$

$$Z_{j,k} = h(X_{j,k}) \quad (15)$$

$$\bar{z}_k = \sum_{j=1}^n \omega_j Z_{j,k} \quad (16)$$

$$S_{zz,k} = \text{Tria}([\gamma_k, S_{R,k}]) \quad (17)$$

$$P_k = \chi_k \gamma_k^T \quad (18)$$

式中  $S_{R,k}$  为  $R_k$  的平方根。  $\gamma_k$ 、 $\chi_k$  定义为:

$$\gamma_k = \frac{1}{\sqrt{m}} [Z_{1,k} - z_k^*, Z_{2,k} - z_k^*, \dots, Z_{m,k} - z_k^*] \quad (19)$$

$$\chi_k = \frac{1}{\sqrt{m}} [X_{1,k} - x_k^*, X_{2,k} - x_k^*, \dots, X_{m,k} - x_k^*] \quad (20)$$

最后, 计算卡尔曼增益  $W_k$ 、状态量估计值  $x_k$  和误

差协方差矩阵平方根估计值  $S_k$ , 完成一次状态更新。

$$W_k = (P_k / S_k^T) / S_k \quad (21)$$

$$x_k = x_k^* + W_k(z_k - z_k^*) \quad (22)$$

$$S_k = \text{Tri}a([\chi_k - W_k \gamma_k, W_k S_{R,k}]) \quad (23)$$

通过连续的状态更新过程, 就能实现振动系统动载荷的实时识别。

## 2 算法验证

以图 1 所示的二自由度非线性振动系统为例进行验证。系统的各部件质量为  $m_1=4$  kg,  $m_2=8$  kg, 刚度非线性系统参数如表 1 所示, 阻尼非线性系统参数如表 2 所示。

表 1 刚度非线性系统参数

Tab. 1 Stiffness parameters of nonlinear system

刚度参数	数值	其他参数	数值
$k_{11}$ /(N/m)	5	$c_1$ /(N·s/m)	5
$k_{12}$ /(N/m)	20	$c_2$ /(N·s/m)	3
$k_{13}$ /(N/m)	30	$\delta_1$ /m	0.1
$k_2$ /(N/m)	15	$\delta_2$ /m	0.2

表 2 阻尼非线性系统参数

Tab. 2 Damping parameters of nonlinear system

阻尼参数	数值	其他参数	数值
$c_{11}$ /(N·s/m)	2	$k_1$ /(N/m)	10
$c_{12}$ /(N·s/m)	30	$k_2$ /(N/m)	15
$c_{13}$ /(N·s/m)	40	$\varepsilon_1$ /(m/s)	0.05
$c_2$ /(N·s/m)	3	$\varepsilon_2$ /(m/s)	0.10

采用相关系数和均方根误差值对识别结果进行判断。相关系数能描述识别结果的变化趋势, 均方根误差值侧重于衡量真实值与识别值之间的差异。均方根误差计算公式为

$$\text{RMSE}(y, \hat{y}) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (24)$$

式中:  $y$  为真实值;  $\hat{y}$  为预测值;  $m$  为观测次数。

### 2.1 随机激励识别

图 5 为随机激励作用下刚度非线性系统动载荷识别的时域图、频域图和均方根误差图。可以看出, 系统动载荷的识别曲线和仿真输入曲线十分接近, 识别曲线和动载荷曲线的相关系数达 0.997。由图 5(b)可知, 在动载荷高于 0.8 Hz 频段时识别

结果十分准确, 低于 0.8 Hz 频段识别结果存在较小误差。由图 5(c)可知, 在识别过程开始时, 均方根误差达到最大值 17.553 N, 随后快速减小并稳定在 2.052 N 以下。

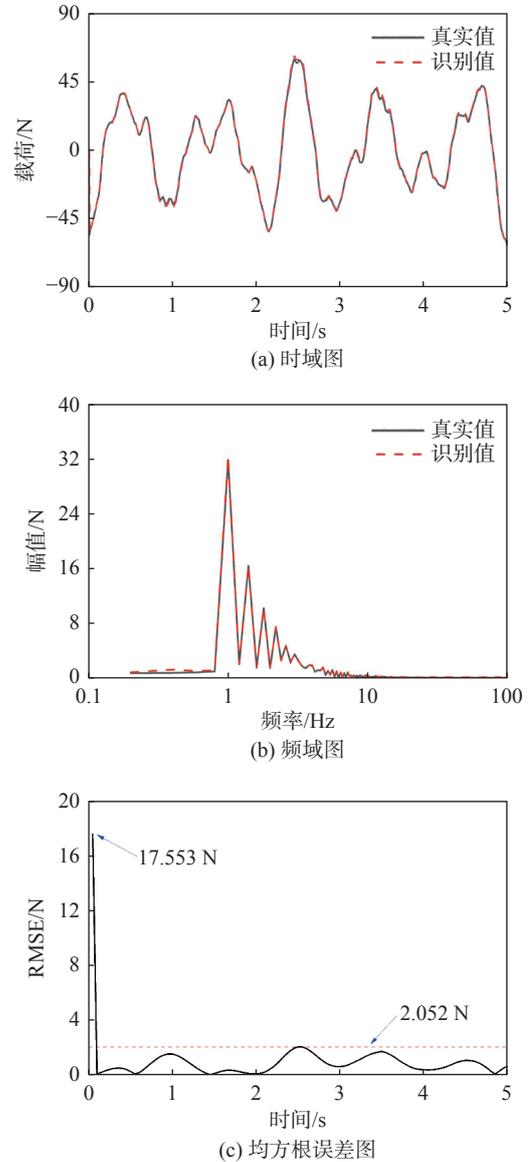
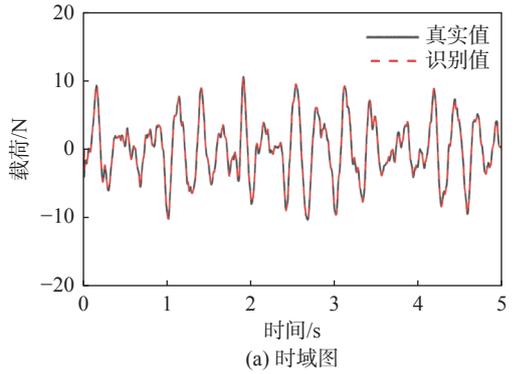


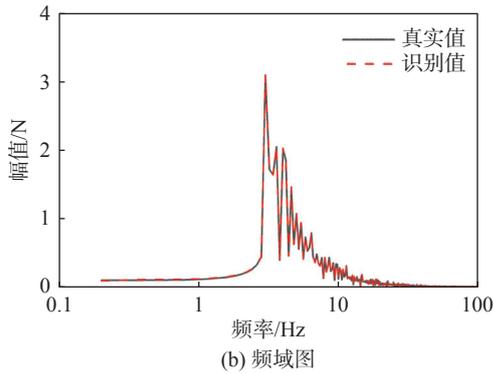
图 5 刚度非线性系统随机激励识别结果图

Fig. 5 Results of random excitation identification for nonlinear stiffness systems

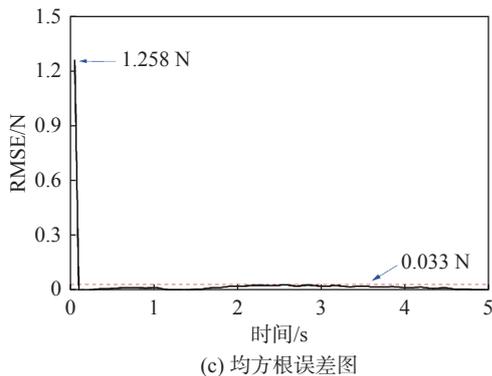
图 6 为随机激励作用下阻尼非线性系统动载荷识别的时域图、频域图和均方根误差图。从图 6(a)可以看出, 识别曲线和真实曲线大致重合, 相关系数达 0.999。图 6(b)的频域结果表明, 在各个频段识别效果都很好。图 6(c)显示均方根误差在识别过程开始时出现最大值 1.258 N, 随后急剧减小并稳定在 0.033 N 以下。



(a) 时域图



(b) 频域图



(c) 均方根误差图

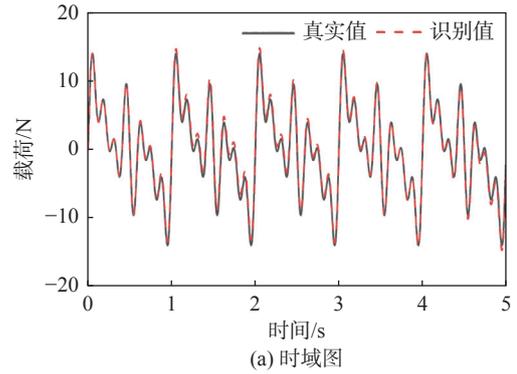
图 6 阻尼非线性系统随机激励识别结果图

Fig. 6 Results of random excitation identification for nonlinear damping systems

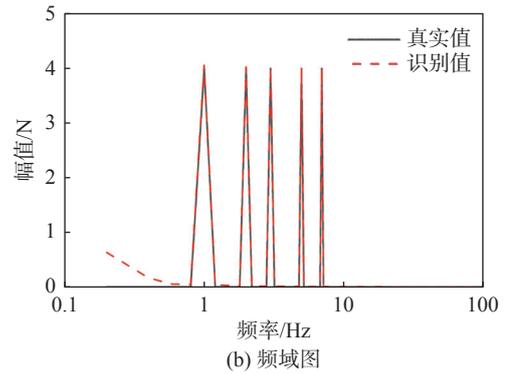
### 2.2 组合谐波激励载荷识别

图 7 为对刚度非线性系统施加频率为 1、2、3、5 和 7 Hz 的组合谐波激励时的动载荷识别结果。图 7(a) 的动载荷时域识别图表明, 识别曲线和动载荷曲线变化趋势一致, 相关系数为 0.997。图 7(b) 的频域动载荷曲线和识别曲线的对比可知, 在频率大于 0.8 Hz 时识别效果较好, 在小于 0.8 Hz 时, 随着频率的减小, 识别误差逐渐增大。由图 7(c) 的系统动载荷曲线和识别曲线的均方根误差可知, 识别过程中均方根误差存在一定波动, 最大值为 0.866 N, 均方根误差整体处于较低的水平。

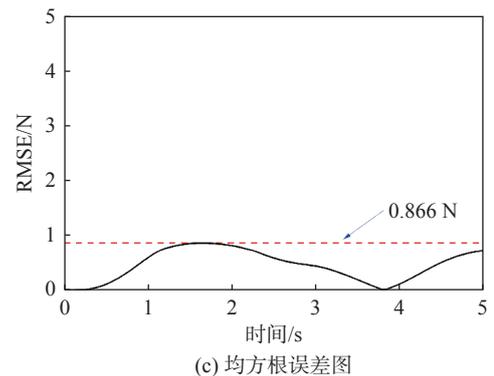
图 8 为对阻尼非线性系统施加频率为 1、2、



(a) 时域图



(b) 频域图



(c) 均方根误差图

图 7 刚度非线性组合谐波激励识别结果图

Fig. 7 Results of harmonic excitation identification for nonlinear stiffness systems

3、5 和 7 Hz 的组合谐波激励时的动载荷识别结果。图 8(a) 表明, 识别曲线和真实曲线基本重合, 二者的相关系数达 0.999。由图 8(b) 可以看出, 在频率大于 0.8 Hz 时识别曲线和动载荷曲线基本重合, 在频率小于 0.8 Hz 时识别幅值偏大。从图 8(c) 可以看出, 识别值与真实值的均方根误差随识别过程不断变化, 其最大值为 0.234 N, 整体收敛在一个较低的水平。

### 3 结论

本文基于 SRCKF 算法提出了一种多自由度非线性振动系统动载荷的识别方法, 并通过二自由度

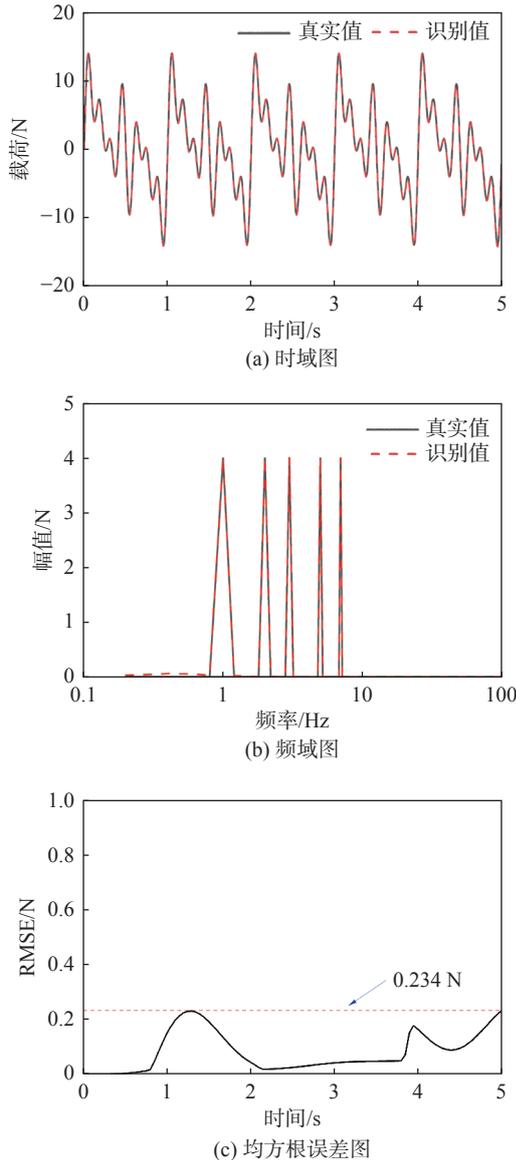


图 8 阻尼非线性系统组合谐波激励识别结果图

Fig. 8 Results of harmonic excitation identification for nonlinear damping systems

的刚度非线性和阻尼非线性的弹簧阻尼振子系统对算法进行了验证。

1) 在刚度非线性系统上施加随机激励和组合谐波激励时, 识别曲线与输入载荷曲线相关系数均达 0.997。在阻尼非线性系统上施加随机激励和组合谐波激励时, 识别曲线与输入载荷曲线相关系数均达 0.999。

2) 在频率大于 0.8 Hz 的频段, 识别结果与输入载荷基本吻合。在小于 0.8 Hz 的低频段, 识别结果存在一定误差。

3) 对于随机激励, 识别结果的均方根误差的最大值出现在识别初始时, 随着识别过程的进行, 识

别的误差逐步收敛至较低的水平; 对于组合谐波激励, 识别结果的均方根误差存在小幅波动, 整体处于较低水平。

## 参 考 文 献

[1] 朱涛, 肖守讷, 阳光武. 载荷识别研究进展及其运用于铁道轮—轨载荷研究概述[J]. *铁道学报*, 2011, 33(10): 29–36.

ZHU T, SHOUNE X, YANG G. State-of-the-art development of load identification and its application in study on wheel-rail forces[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2011, 33(10): 29–36.

[2] 武江凯, 白明生, 张永. 一种单自由度振动系统动态载荷识别方法[J]. *航天器环境工程*, 2016, 33(2): 136–140.

WU J K, BAI M S, ZHANG Y. The danamic load identification for a single-degree-of-freedom vibration system[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2016, 33(2): 136–140.

[3] 樊懿葳, 朱涛, 王明猛, 等. 一种多自由度振动系统动态载荷识别的时域方法[J]. *机械科学与技术*, 2019, 38(4): 493–498.

FAN Y W, ZHU T, WANG M M, et al. A dynamic load identification method for a multiple DOF vibration system in time domain[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2019, 38(4): 493–498.

[4] 金贤建, 杨俊朋, 殷国栋, 等. 分布式驱动电动汽车双无迹卡尔曼滤波状态参数联合观测[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(22): 93–102.

JIN X J, YANG J P, YIN G D, et al. Combined state and parameter observation of distributed drive electric vehicle via dual unscented Kalman filter[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(22): 93–102.

[5] 张雪蕊, 刘祚时, 程素平, 等. 改进的 Kalman 滤波算法在飞行器测距中的应用研究[J]. *机械设计与制造*, 2020(2): 158–161.

ZHANG X R, LIU Z S, CHENG S P, et al. Application of improved Kalman filter algorithm in obstacle ranging of aircraft[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2020(2): 158–161.

[6] 乔美英, 高翼飞, 李宛妮, 等. 基于模糊鲁棒自适应 CKF 算法的 MEMS-IMU 姿态估计[J]. *中国惯性技术学报*, 2022, 30(3): 296–303.

QIAO M Y, GAO Y F, LI W N, et al. Attitude estima-

tion of MEMS-IMU based on fuzzy robust adaptive CKF algorithm[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2022, 30(3): 296 – 303.

[7] 马也驰, 刘晓昂, 周志革. 应用卡尔曼滤波的激振力时域识别方法研究[J]. *机械科学与技术*, 2021, 40(8): 1214 – 1224.

MA Y C, LIU X A, ZHOU Z G. Research on time-domain identification method of excitation force using Kalman filter[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2021, 40(8): 1214 – 1224.

[8] IMPRAIMAKIS M, SMYTH A W. An unscented Kalman filter method for real time input-parameter-state estimation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 162: 108026.

[9] LIU Y R, WANG L, QIU Z P, et al. A dynamic force reconstruction method based on modified Kalman filter using acceleration responses under multi-source uncertain samples[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 159: 107761.

[10] FENG W, LI Q F, LU Q H. Force localization and reconstruction based on a novel sparse Kalman filter[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 144: 106890.

[11] 陈清华, 閻鑫, 王开云. 基于 SRCKF 算法的轨道车辆轮轨垂向力识别 [J/OL]. *西南交通大学学报*, 1-9[2023-08-19] <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20230511.1354.006.html>.

[20230511.1354.006.html](http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20230511.1354.006.html).

CHEN Q H, GE X, WANG K Y. Identification of wheel-rail vertical forces of rail vehicles based on the SR-CKF algorithm[J/OL]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 1-9[2023-08-19] <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20230511.1354.006.html>.

[12] LEI Y, XIA D D, ERAZO K, et al. A novel unscented Kalman filter for recursive state-input-system identification of nonlinear systems[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 127: 120 – 135.

[13] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254 – 1269.

[14] 穆静, 蔡远利. 平方根容积卡尔曼滤波算法及其应用[J]. *兵工自动化*, 2011, 30(6): 11 – 13.

MU J, CAI Y L. Square root cubature Kalman filter algorithm and application[J]. *Ordnance Industry Automation*, 2011, 30(6): 11 – 13.

[15] 肖仁鑫, 李斌, 黄志强, 等. 基于 SRCKF 的电动汽车锂离子电池荷电状态估计[J]. *电源技术*, 2021, 45(11): 1443 – 1447.

XIAO R X, LI B, HUANG Z Q, et al. State of charge estimation of electric vehicle lithium ion battery based on SRCKF[J]. *Chinese Journal of Power Sources*, 2021, 45(11): 1443 – 1447.

(编校: 饶莉)

#### (上接第 40 页)

[9] 卢允娥, 刘远光. 基于 ADS-B 和 TCAS II 机载综合防撞系统设计研究[J]. *通讯世界*, 2017(19): 10 – 11.

LU Y E. Design and research of airborne integrated collision avoidance system based on ADS-B and TCAS II[J]. *Communication World*, 2017(19): 10 – 11.

[10] 毕子文. ADS-B 抗干扰接收机系统增强的设计与实现 [D]. 天津: 中国民航大学, 2021.

BI Z W. Design and implementation of ADS-B anti interference receiver system enhancement [D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2021.

[11] 刘通. 多通道 ADS-B 报头检测技术研究 [D]. 天津: 中国民航大学, 2021.

LIU T. Research on multi-channel ADS-B header detection technology [D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2021.

[12] 孟真真. ADS-B 单天线交织位置检测及其应用 [D]. 天津: 中国民航大学, 2020.

MENG Z Z. ADS-B single antenna interleaved position detection and its application [D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2020.

(编校: 叶超)