

· 基础学科 ·

离子通道自由电子激光器中平衡态电子的科尔莫哥洛夫熵

徐勇根¹, 王时建¹, 吉驭斌¹, 徐竞跃¹, 张世昌^{1, 2}

(1. 西华大学物理与化学学院, 四川 成都 610039; 2. 西南交通大学光电子学研究所, 四川 成都 610031)

摘要: 基于拉曼型自由电子激光器, 研究了离子通道自由电子激光器中相对论电子运动的稳定性, 分析了电子运动的科尔莫哥洛夫熵, 以 MIT 实验数据为例, 分别研究了离子密度、绝热压缩场、自身场对电子的运动和电子运动的稳定性的影响。结果表明: 绝热压缩场对电子运动有较大影响, 但几乎不会影响电子运动的稳定性; 离子密度、自身场对电子运动的稳定性有实质性影响。

关键词: 离子通道自由电子激光器; 稳定性; K 熵; 离子密度; 绝热场和自身场

中图分类号: TN248.6 文献标志码: A 文章编号: 1673-159X(2013)04-0041-04

doi: 10.3969/j.issn.1673-159X.2013.04.011

Kolmogonov Entropy of the Equilibrium Electrons in an Ion-channel Free-electron Laser

XU Yong-Gen¹, WANG Shi-Jian¹, JI Yu-Pin¹, XU Jing-Yue¹, ZHANG Shi-Chang

(1. School of Physics and Chemistry, Xihua University, Chengdu 610039 China;

2. Institute of Photoelectronics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031 China)

Abstract: Motion stability of the relativistic electron is studied in an ion-channel free-electron laser based on the Raman free-electron laser. Kolmogonov entropy of electron motion is analyzed. By making use of the reported MIT experiment data, the influences of the ion-density, adiabatic magnetic field and self-field on the electron motion and motion stability are investigated. It is shown that the adiabatic magnetic field has an obvious influence on the electron motion. However, it influences hardly the stability of electron motion. The ion-density and the self-field have an essential influence on the stability.

Key words: ion-channel free-electron laser; stability; K-entropy; ion-density; adiabatic field and self-field.

自由电子激光器中平衡态相对论电子运动的稳定性对器件性能有很重要的影响。分析稳定性的方法之一是考察电子运动的科尔莫哥洛夫熵(K 熵)^[1]。以前的分析主要针对高能低密度电子束(康普顿型)^[2-4], 螺旋摇摆器采用一维磁场^[4-5]。对于低能高密度^[6]电子束(拉曼型), 强流低能电子束会带来 2 个问题: 一是电子纵向速度相对康普顿型自由电子激光较小, 但受横向场影响较大; 二是密度较大, 其自身场对运动影响大。在影响离子通道自由电子激光器中电子运动稳定性的诸因素中, 离子密度、摇摆器初始段的绝热压缩磁场以及电子

束的自身场, 显得尤为突出。其中, 绝热压缩磁场关系到电子初始阶段的运动及电子束在运输过程的成型, 而高密度低能量束流的自身场所产生的电场力和磁场力及离子通道场也会影响电子束的运输。因此, 螺旋摇摆器应具有三维性, 并且需要引入离子通道来引导电子的运输, 这种情况下平衡态相对论电子的运动及运动的稳定性问题, 至今未见报道。

已有的文献^[7-11]对一维离子通道自由电子激光器进行了研究。此种激光器不需要导引磁场、设备简化、造价低、运行成本低; 原则上离子通道有更

收稿日期: 2013-03-29

基金项目: 四川省教育厅基金(12ZB136); 西华大学重点科研基金(Z1123329)

作者简介: 徐勇根(1983-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为激光与光通信。

好的导引效果^[12]。众所周知,电子带负电,因此,它能把背景负离子向外排开,留下正离子背景,形成离子通道。离子通道电场产生的电场力迫使电子向轴向运动,有效地提高了束波相互作用的效率。最近, Jha 等^[13]证实:通过改变离子通道自由电子激光器的离子密度能够使其输出连续可调。基于以上思想,本文通过计算电子运动的 K 熵,就离子密度、绝热压缩场和电子束自身场对离子通道自由电子激光器稳定性的影响进行讨论。重点考察电子初始位置在轴上(摇摆器磁场的对称轴,计算中被选为 z 轴)和不在轴上(旁轴)电子的运动及运动的稳定性。

1 数理模型

从加速器出来的相对论自由电子束在摇摆器中将受到电场 E 和磁场 B 的作用,其六维相轨道(位置和速度)可从下面通用的 6 个归一化无量纲一阶常微分方程组求解^[6,14]:

$$\frac{d\bar{V}_z}{dz} = -\sqrt{\frac{1+V^2}{V_z}} \left[\bar{E}_x + \frac{1}{1+V^2} (\bar{V}_y \bar{B}_z - \bar{V}_z \bar{B}_y) \right] \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{V}_y}{dz} = -\frac{\sqrt{1+V^2}}{V_z} \left[\bar{E}_y + \frac{1}{1+V^2} (\bar{V}_z \bar{B}_x - \bar{V}_x \bar{B}_z) \right] \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{V}_x}{dz} = -\frac{\sqrt{1+V^2}}{V_z} \left[\bar{E}_z + \frac{1}{1+V^2} (\bar{V}_x \bar{B}_y - \bar{V}_y \bar{B}_x) \right] \quad (3)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dz} = \frac{\bar{V}_x}{V_z} \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{y}}{dz} = \frac{\bar{V}_y}{V_z} \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{t}}{dz} = \frac{\sqrt{1+V^2}}{V_z} \quad (6)$$

式中: $\bar{x} = k_w x$, $\bar{y} = k_w y$, $\bar{z} = k_w z$, $\bar{t} = ck_w t$, $\bar{V} = \gamma v/c$, $\bar{E} = |e|E/(m_0 c^2 k_w)$, $\bar{B} = |e|B/(m_0 ck_w)$; k_w 为摇摆器波数; $|e|$, m_0 和 c 分别是电子的电量、静止质量和真空中的光速; 参数 $k_w = 2\pi/\lambda_w$ 是摇摆器的波长(λ_w 是摇摆器的空间周期); 因变量 v 和 γ 是电子的速度及相对论能量因子。在数值计算时,可由恒等式 $dt/dz = 1/v_z$ 通过 t 与 z 变量互易把 z 换成自变量。本文采用文献[6]中的科尔莫哥洛夫熵方法来研究

电子运动的稳定性。当 $k > 0$, 运动处于不稳定状态; $k < 0$, 运动处于稳定状态; $k = 0$, 运动处于稳定与不稳定的临界状态。

本文考虑作用在电子上的电磁场 E 和 B , 由三维螺旋摇摆器磁场 B_w 、电子束自身磁场 B_s 和电场 E_s 、离子通道场 E_i 共同作用。在这里,我们把电子束看成是一束带电均匀的长导线,因此,电子束在运输过程中将激发电场和磁场。利用静电场的高斯定理,电子束产生的电场为

$$E_s = \begin{cases} -2\pi|e|n_b R \hat{e}_R, & R < R_b \\ -2\pi|e|n_b \frac{R_b^2}{R} \hat{e}_R, & R \geq R_b \end{cases} \quad (7)$$

同理,把电子束看成通以均匀电流的导线,利用静磁场的斯托克斯定理,电子束产生的磁场为

$$B_s = \begin{cases} -2\pi|e|n_b \frac{v_{z0}}{c} R \hat{e}_\phi, & R < R_b \\ -2\pi|e|n_b \frac{v_{z0} R_b^2}{c R} \hat{e}_\phi, & R \geq R_b \end{cases} \quad (8)$$

式中: \hat{e}_R 和 \hat{e}_ϕ 分别是圆柱坐标系的径向和角向单位矢量; 参数 R_b 和 n_b 是电子束的平均半径和体密度。为了使相对论电子束在运输的过程中能沿着轴向传输,通常会在轴上加纵向导引磁场来引导其运输^[6]。由于加入导引磁场在实际操作过程中比较复杂,因此在本文中,我们采用文献[7-11]用离子通道来引导电子传输的方法来解决这一问题。离子通道场可表示为

$$E_i = 2\pi en_i (\hat{e}_x x + \hat{e}_y y) \quad (9)$$

其中 n_i 为离子体密度。对于三维螺旋摇摆器磁场^[6]

$$B_w = 2B_w(z) \left[I_0(k_w R) - \frac{I_1(k_w R)}{k_w R} \right] \cos(\varphi - k_w z) \hat{e}_R - 2B_w(z) \frac{I_1(k_w R)}{k_w R} \sin(\varphi - k_w z) \hat{e}_\phi + 2B_w(z) I_1(k_w R) \sin(\varphi - k_w z) \hat{e}_z \quad (10)$$

本文充分考虑摇摆器绝热压缩段的影响,其振幅函数^[6]为

$$B_w = \begin{cases} B_{w0} F_{\text{adia}}(z) & 0 \leq k_w z \leq 2\pi N_w \\ B_{w0} & 2\pi N_w < k_w z \end{cases} \quad (11)$$

式中: $F_{\text{adia}}(z)$ 是摇摆器磁场在绝热压缩段 $0 \leq k_w z \leq 2\pi N_w$ 内的变化函数,我们采用文献[6]的模拟函数; N_w 代表绝热压缩周期数目; 参数 B_{w0} 是摇摆器的

幅值; $I_0(k_w R)$ 和 $I_1(k_w R)$ 分别为零阶和一阶变型贝塞尔函数。

2 离子密度、绝热场、自身场对电子运动稳定性的影响

本文以 MIT 实验数据^[1] 为参数来研究离子密度、绝热场、自身场对电子运动稳定性的影响。摇摆器的长度 $L = 200$ cm, 波长 $\lambda_w = 3.18$ cm, 绝热压缩周期数目 $N_w = 6$, 电子束的半径 $R_b = 0.254$ cm, 相对论能量因子 $\gamma = 2.4677$, 电流 $I = 300$ A, 摇摆器幅值 $B_{w0} = 630$ G, 用 C_{ie} 表示离子密度与电子密度之比。图 1、图 2 给出了在有绝热压缩场的情况下, 离子密度对电子运动稳定性的影响, 其中, 横坐标为迭代次数, 纵坐标为 K 熵。通过比较发现, 当 $C_{ie} = 0.2$ 时, 电子运动的稳定性相对较好。

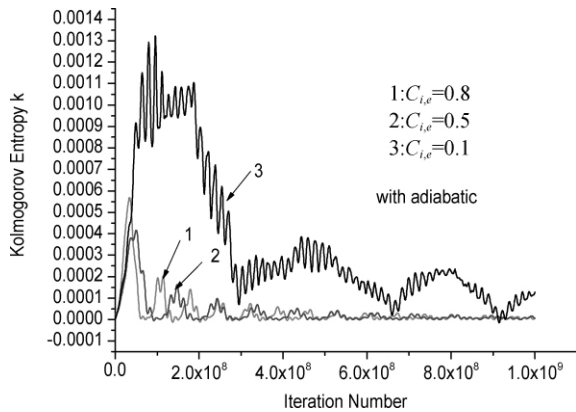


图 1 在有绝热压缩场的情况下, 密度比分别为 $C_{ie} = 0.1, 0.5, 0.8$ 时对电子运动稳定性的影响。

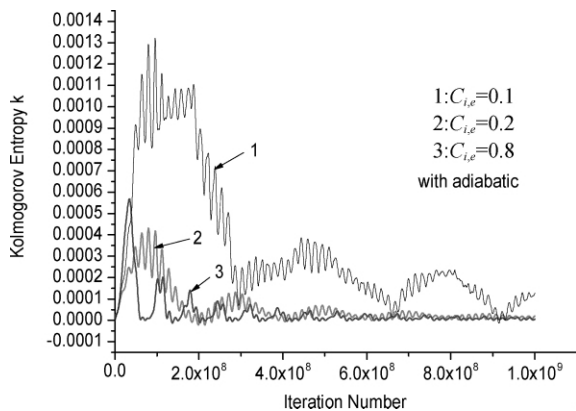


图 2 在有绝热压缩场的情况下, 密度比分别为 $C_{ie} = 0.1, 0.2, 0.8$ 时对电子运动稳定性的影响。

根据以上分析, 当 $C_{ie} = 0.2$ 时, 电子有相对较好的稳定性。图 3 给出了绝热压缩场对电子运动稳定性的影响。从图 3 可以看出, 在有无绝热压缩场的情况下, 曲线波动最后都趋于稳定, 也就是 K 熵

的值相等, 即绝热压缩场对电子运动的稳定性无实质影响。图 4、图 5 给出了绝热压缩场对电子运动的影响, 从这 2 幅图可以看出, 在没有绝热压缩场时, 电子的运动幅度较大, 不利于电磁波的放大; 相反, 在有绝热压缩场时, 电子的运动幅度较小, 有利于电磁波的放大, 因此, 绝热压缩场对电子的运动影响较大。

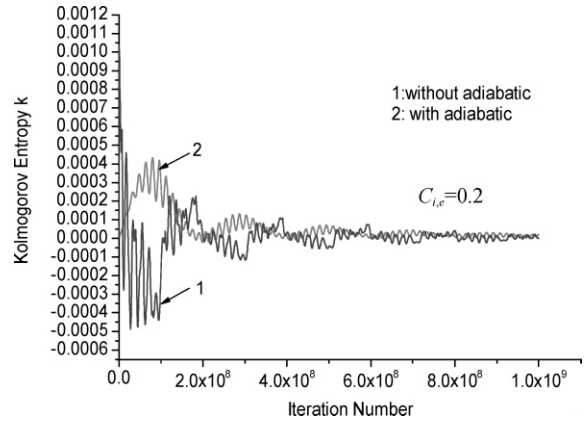


图 3 当 $C_{ie} = 0.2$ 时, 绝热压缩场对电子运动稳定性的影响

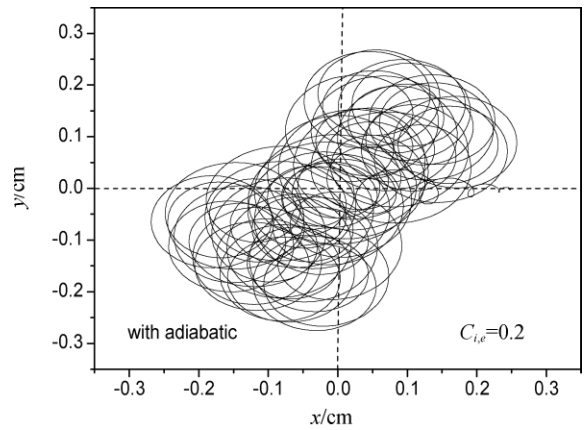


图 4 有绝热压缩场的情况, 摇摆器绝热压缩场对电子运动的影响

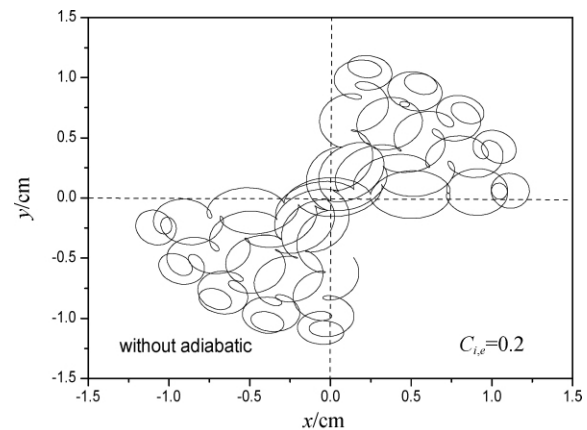


图 5 无绝热压缩场的情况, 摇摆器绝热压缩场对电子运动的影响

自身场对电子运动稳定性的影响如图 6 所示。

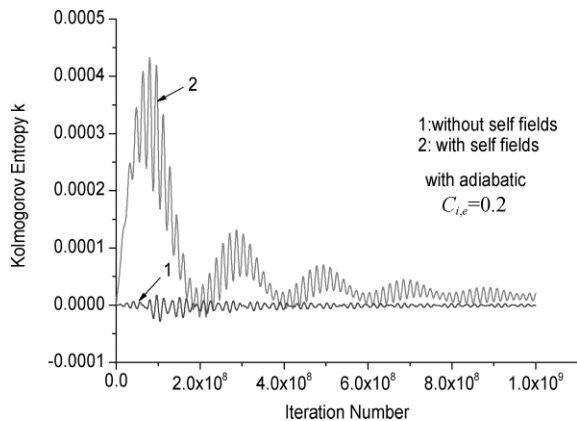


图6 在有绝热压缩场,且离子密度比为 $C_{i,e}=0.2$ 时,自身场对电子运动稳定性的影响

从图6可以看出,在开始阶段,有自身场的情况曲线涨落幅度较大;没有自身场时曲线涨落幅度明显更小,并且自身场会影响电子运动的稳定性,也就是说,电子束自身场会起到破坏离子通道自由电子激光器中电子运动稳定性的负面作用。当电子束沿着轴向注入时,有的电子的导引中心在轴上,有的不在轴上,图7给出了电子导引中心在轴上与不在轴上的电子运动稳定性。当导引中心在轴上时,其K熵的值趋于稳定,当导引中心不在轴上时,曲线涨落幅度较大,不利于电磁波的放大。

本文采用MIT实验数据,研究了离子密度、绝热压缩场、自身场对离子通道自由电子激光器电子的运动和电子运动的稳定性的影响。文献[6]研究了拉曼型自由电子激光器电子的运动和电子运动的稳定性,采用纵向导引磁场来引导电子束的输运;文献[1]表明,导引磁场设备成本高、运行过程复杂。因此,比较文献[1]、[6]的导引磁场,本文采用离子通道来运输电子,研究结果具有重要意义。

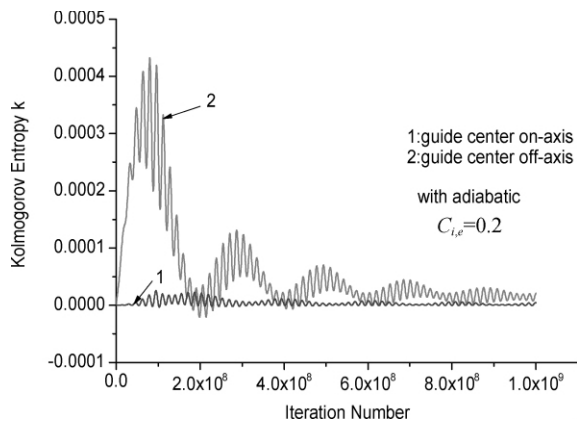


图7 在有绝热压缩场,且离子密度比为 $C_{i,e}=0.2$ 时,电子导引中心在轴上与不在轴上的电子运动稳定性

3 结论

本文通过分析电子运动的科尔莫哥洛夫熵,研

究了相对论电子束的运动及运动的稳定性。以MIT实验数据为例,分别计算了离子密度、绝热压缩场、自身场对电子的运动和电子运动的稳定性的影响。结果表明,离子密度与电子密度比为 $C_{i,e}=0.2$ 时,电子运动的稳定性相对较好;绝热压缩场对电子运动的稳定性无实质影响,但对电子的运动影响较大;自身场在离子通道自由电子激光器中起到破坏电子运动稳定性的负面作用。

参考文献

- [1] Conde M, Bekefi G. Experimental Study of a 33.3-GHz Free-Electron-Laser Amplifier with a Reversed Axial Guide Magnetic Field [J]. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 3082-3085.
- [2] Zhang S C, Elgin J. Response to "Comment on 'Application of Kolmogorov Entropy to the Self-amplified Spontaneous Emission Free-electron Lasers'" [J]. Phys. Plasmas, 2010, 17: 084701-084702.
- [3] Maraghechi B, Elham Salehi. Comment on "Application of Kolmogorov Entropy to the Self-amplified Spontaneous Emission Free-electron Lasers" [J]. Phys. Plasmas, 2010, 17: 084701.
- [4] Zhang S C, Elgin J. Application of Kolmogorov Entropy to the Self-amplified Spontaneous Emission Free-electron Lasers [J]. Phys. Plasmas, 2004, 11: 1663.
- [5] Zhang S C, Xu Y. Self-field-induced Poincaré Maps of the Equilibrium Electrons in a Helical-wiggler Free-electron Laser with Axial Guide Field [J]. Phys. Lett. A, 1993, 179: 311-315.
- [6] 徐勇根, 王时建, 吉驭嫔, 等. 拉曼型自由电子激光器中相对论电子运动稳定性的比较研究[J]. 物理学报, 2013, 62: 084104.
- [7] Mahdi Esmailzadeh, Hassan Mehdian, Joseph E. Willett. Gain Equation for a Free-electron Laser with a Helical Wiggler and Ion-channel Guiding [J]. Phys. Rev. E, 2001, 65: 016501.
- [8] Rouhani M, Maraghechi B. Simulation of a Prebunched Free-electron Laser with Planar Wiggler and Ion Channel Guiding [J]. Phys. Plasmas, 2010, 17: 023104.
- [9] Mehdian H, Negar Abbasi. Dispersion Relation and Growth in a two-stream free Electron Laser with Helical Wiggler and Ion Channel Guiding [J]. Phys. Plasmas, 2008, 15: 013111.
- [10] Kostyukov I, Kiselev S, Pukhov A. X-ray Generation in an Ion Channel [J]. Phys. Plasmas, 2003, 10: 4818.
- [11] Whittum D, Ebihara K, Hiramatsu S, et al. Experimental Studies of Microwave Amplification in the Ion-focused Regime [J]. IEEE Trans. Plasma Science, 1993, 21: 136-141.
- [12] Pallavi Jha, Punit Kumar. Dispersion Relation and Growth in a Free-electron Laser with Ion-channel Guiding [J]. Phys. Rev. E, 1998, 57: 2256-2261.
- [13] Pallavi Jha, Punit Kumar, Pande K. Harmonic Generation in Free-electron Laser with Circularly Polarized Wiggler and Ion-channel Guiding [J]. IEEE Trans. Plasma Science, 1999, 27: 637-642.
- [14] 张世昌. 自由电子激光导论[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1994.

(编校: 叶超)