

· 机电工程 ·

# 弧面分度凸轮机构的运动可靠性灵敏度分析

刘涛, 文瑞桥, 张均富\*

(西华大学机械工程学院, 四川 成都 610039)

**摘要:**为分析制造、安装误差对弧面凸轮机构运动精度的影响,运用机构运动可靠性灵敏度分析方法对其进行研究。基于空间啮合理论建立含加工误差的弧面凸轮廓面数学模型,并以此导出弧面凸轮机构的运动误差函数;以该误差函数为基础,建立该凸轮机构的运动可靠性分析模型;推导出各项随机误差的标准差对机构运动可靠性的灵敏度解析表达。实例分析表明,凸轮与从动盘之间的轴交角误差是影响弧面分度凸轮机构运动精度的主要因素,其次是弧面凸轮廓面误差。

**关键词:**弧面分度凸轮;运动可靠性;可靠性灵敏度

**中图分类号:**TH132.47 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-159X(2017)03-0036-4

**doi:**10.3969/j.issn.1673-159X.2017.03.006

## The Kinematic Reliability Sensitivity Analysis of Globoidal Indexing Cam Mechanism

LIU Tao, WEN Ruiqiao, ZHANG Junfu\*

(School of Mechanical Engineering, Xihua University, Chengdu 610039 China)

**Abstract:**To reveal the effect of manufacturing and assembling errors on kinematic accuracy of globoidal indexing cam mechanisms, the method of kinematic reliability sensitivity analysis for mechanisms is adopted. The mathematical model for globoidal indexing cam surfaces with machining error is established based on spatial meshing theory, and the motion error function of the globoidal indexing cam mechanisms is then derived. The kinematic reliability model is proposed by using the motion error function. The sensitivity analytical expressions of the standard deviation of the random errors for the kinematic reliability of cam mechanisms are derived. The numerical example result shows that the main influence factor of the kinematic accuracy of the globoidal indexing cam mechanism is the error of the crossed axes angle between cam and driven plate, and the next is the profile error of globoidal cam.

**Keywords:** globoidal indexing cam; kinematic reliability; reliability sensitivity

弧面分度凸轮机构具有分度精度高、分度速度快、高速性能好、传动平稳、定位精准、结构紧凑、可靠性好、噪声小、功能成本低等特点<sup>[1-3]</sup>,在数控设备、装配自动生产线等各种自动、半自动机械设备上被广泛应用。在高速、高分度、重载等高要求工作场合,已逐步替代了其他间歇分度机构。

运动精度是弧面分度凸轮机构的一个重要指标<sup>[4]</sup>,但弧面分度凸轮机构对制造、装配误差敏感

且凸轮曲面复杂,致使对弧面分度凸轮机构的运动精度的评价和对凸轮廓面制造精度的测量较为困难<sup>[5]</sup>。弧面分度凸轮机构的精度问题长期受到学者们的关注。胡秉辰等<sup>[6]</sup>和曹维江等<sup>[7]</sup>运用矢量分析法研究了各加工误差对弧面凸轮机构从动件输出运动的影响;杨玉琥等<sup>[8]</sup>应用全微分法获得弧面凸轮机构的误差函数,并提出基于概率的弧面凸轮机构精度设计方法;杨芙莲等<sup>[9]</sup>应用全微分法建

收稿日期:2016-11-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51275425)

\*通信作者:张均富(1972—),男,教授,博士,主要研究方向为机器人与机电一体化、概率工程设计。E-mail: zhang\_junfu@126.com

引用格式:刘涛,文瑞桥,张均富. 弧面分度凸轮机构的运动可靠性灵敏度分析[J]. 西华大学学报(自然科学版),2017,36(3):36.

立了空间凸轮机构精度分析的通用模型;杨世平等<sup>[10]</sup>采用微分法获得了各误差因素对弧面凸轮机构运动精度的影响系数,并分析了各误差因素对机构运动精度的影响规律。上述多数研究均是在确定性范围内建模与分析弧面分度凸轮机构的精度,然而各种制造、安装误差均具有随机性;因此,在不确定性下探讨各项误差对弧面分度凸轮机构运动精度的影响更具有工程意义。杨玉琥等<sup>[8]</sup>提出了满足给定概率条件下的凸轮机构构件几何参数的公差分配,但是模型中未考虑装配误差。事实上,装配误差对该类凸轮机构运动精度的影响是不可忽视的。为此,本文在考虑了弧面凸轮机构的制造、装配误差的机构运动精度的建模方法基础上,建立该机构的运动精度的可靠性分析模型和灵敏度分析模型,从概率统计的角度去研究弧面分度凸轮机构的制造安装误差对机构运动精度的影响规律。

## 1 误差分析

### 1.1 含加工误差的弧面凸轮廓面方程

建立如图1所示的含加工误差影响因素的空间坐标系。 $O_0$ 为静止坐标系; $O_1$ 为弧面凸轮毛坯动坐标系; $O_2$ 为含刀具旋转误差的刀架动坐标系; $O_3$ 为不含误差凸轮的静止坐标系; $O_4$ 为含中心距误差的弧面凸轮静止坐标系; $O_5$ 为考虑弧面凸轮回转轴轴向误差时的弧面凸轮静止坐标系; $O_6$ 为考虑轴交角误差的弧面凸轮静坐标系。动坐标系 $O_1$ 、 $O_2$ 分别以 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 的角速度绕轴 $Z_1$ 、 $Z_2$ 旋转; $\alpha_2 + \Delta\alpha_2$ 为刀具相对于静止坐标系 $O_0$ 的转角即 $O_2$ 相对与 $O_0$ 的转角; $C$ 为理论中心距, $\Delta C$ 为中心距误差; $M$ 为弧面凸轮回转轴轴向误差; $\theta$ 为轴交角误差。

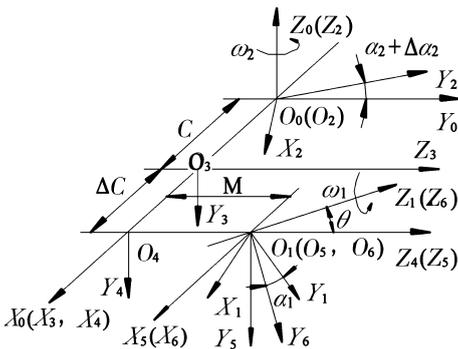


图1 具有误差的弧面凸轮加工坐标系

根据空间包络曲面的共轭啮合原理,啮合点处法矢量 $n_0$ 与相接触共轭面相对运动速度 $v_{12}$ 垂

直,即

$$n_0 \cdot v_{12} = 0 \quad (1)$$

根据式(1),可导出含加工误差的弧面凸轮廓面参数方程为

$$\Gamma(\Omega) = G(\alpha_1, u) \quad (2)$$

式中: $\Omega = (x, y, z)^T$ ;  $u = (\alpha_2, \beta, C, R, r, M, \theta)$ ;  $R$ 为切削点半径; $r$ 为刀具半径; $\beta$ 为接触角; $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 分别为凸轮、从动盘转角; $M$ 为弧面凸轮回转轴轴向误差; $\theta$ 为轴交角误差。 $\beta$ 由啮合函数获得,即

$$\beta = f(\alpha_1, u) \quad (3)$$

### 1.2 弧面凸轮机构误差模型

由于弧面凸轮机构各构件间各参数关系复杂,直接导出机构的输出误差函数难度大;但是全微分方法是一种可行方法<sup>[8]</sup>。结合式(2)和式(3),采用全微分方法整理可得到

$$d\Omega = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \Gamma(\Omega)}{\partial u_i} du_i \quad (4)$$

其中

$$\frac{\partial \Gamma(\Omega_j)}{\partial u_i} = \frac{\partial G_j}{\partial u_i} + \frac{\partial G_j}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial u_i} \quad (5)$$

式中: $u_i$ 表示机构运动参数以及几何参数,即 $(u_i)_{i=1,2,\dots,6} = (\alpha_2, C, R, r, M, \theta)$ 。

在式(4)中,各变量的微分用无穷小量代替,且用 $\Delta\rho$ 表示凸轮综合廓面误差。经整理得到机构分度盘转角误差 $\Delta\alpha_2$ 与零部件制造与装配误差之间的函数关系,即

$$\Delta\alpha_2 = \sum_{i=1}^m k_i \Delta X_i \quad (6)$$

式中: $\Delta X = (\Delta\rho, \Delta C, \Delta R, \Delta r, \Delta M, \Delta\theta)$ ;  $k_i$ 表示各制造、装配误差对分度盘转角误差的影响系数。这里,将 $\rho$ 视作凸轮廓面上点的矢径的模,则 $X = (\rho, C, R, r, M, \theta)$ 。

## 2 运动精度可靠性分析

将式(6)中的参数 $X = (\rho, C, R, r, M, \theta)$ 看作随机变量,且服从正态分布,即 $X \sim N(\mu, \sigma)$ ,则 $\Delta X_i = X_i - \mu_i = \sigma_i U_i$ ,将其带入式(6)并以 $g(X)$ 表示运动误差函数,得到

$$g(X) = \Delta\alpha_2 = \sum_{i=1}^m k_i \sigma_i U_i \quad (7)$$

由式(7)可以看出, $\Delta\alpha_2$ 是各制造、装配误差变量的线性组合,因此也是服从正态分布的随机变量,并注意到其均值为零。

假定弧面凸轮机构的允许误差限为 $\varepsilon$ ,结合式

(7),弧面凸轮机构的运动误差应满足

$$|g(\mathbf{X})| \leq \varepsilon. \quad (8)$$

根据式(7),弧面凸轮机构的运动精度可靠性分析模型表示为

$$R = P_r\{|g(\mathbf{X})| \leq \varepsilon\}. \quad (9)$$

式中: $R$ 表示可靠度; $P_r\{\cdot\}$ 代表概率。

其对应的失效概率 $P_f$ 为

$$P_f = P_r\{|g(\mathbf{X})| > \varepsilon\}. \quad (10)$$

根据式(7),可以得到

$$\mu_g(\mathbf{X}) = 0 \quad (11)$$

和

$$\sigma_g(\mathbf{X}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m (k_i \sigma_i)^2}. \quad (12)$$

式中: $\mu_g(\mathbf{X})$ 和 $\sigma_g(\mathbf{X})$ 分别表示机构的运动误差函数 $g(\mathbf{X})$ 的均值和标准差。

根据一次二阶矩方法(FOSM)得到可靠度 $R$ ,为

$$R = \Phi\left(\frac{\varepsilon - \mu_g(\mathbf{X})}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right) - \Phi\left(\frac{-\varepsilon - \mu_g(\mathbf{X})}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right). \quad (13)$$

简化得到

$$R = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right) - 1. \quad (14)$$

对应的失效概率 $P_f$ 为

$$P_f = 2\left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right)\right]. \quad (15)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累计分布函数。

### 3 运动精度可靠性灵敏度

可靠性灵敏度表示了各随机变量的参数(如均值、标准差)对可靠度的影响程度。这里着重讨论零部件制造与装配误差对机构运动精度的影响,基于制造与装配误差可以看作均值为零的正态随机变量的情况,推导各随机变量标准差的灵敏度解析表达。

根据可靠性灵敏度定义,并以 $S_{\sigma_i}$ 表示各项随机误差的标准差对机构运动可靠性的灵敏度,由式(15)可以得到

$$S_{\sigma_i} = \frac{\partial P_f}{\partial \sigma_i} = 2\varphi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right) \frac{\varepsilon}{\sigma_g^2(\mathbf{X})} \frac{\partial \sigma_g(\mathbf{X})}{\partial \sigma_i}. \quad (16)$$

再由式(12),可以得到

$$\frac{\partial \sigma_g(\mathbf{X})}{\partial \sigma_i} = \frac{k_i^2 \sigma_i}{\sigma_g(\mathbf{X})}. \quad (17)$$

将式(17)代入式(16),得到

$$S_{\sigma_i} = 2\varphi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_g(\mathbf{X})}\right) \frac{\varepsilon k_i^2 \sigma_i}{\sigma_g^3(\mathbf{X})}. \quad (18)$$

式中: $i = 1, \dots, m$ ,  $\varphi(\cdot)$ 为标准正态分布的概率密度函数。

## 4 数值实例

设弧面凸轮机构的参数如下:左旋的单头弧面凸轮,弧面凸轮分度期转角 $\alpha_1 = 180^\circ$ ,转速 $\omega_1 = 300$  r/min,转盘分度期转角 $\alpha_2 = 30^\circ$ ,滚子半径 $r = 10$  mm,分度圆半径 $R = 60$  mm,转盘与凸轮的中心距 $C = 140$  mm,运动规律为修正等速,机构的运动精度 $\varepsilon = 30''$ 。

### 4.1 可靠度分析

根据式(15),该弧面凸轮机构的运动失效概率曲线如图2所示。从图2看出,凸轮在 $0 \sim 45^\circ$ 区间,机构具有较大的失效概率,表明凸轮机构在运动初始期间从动盘运动误差较大。该结论与文献[11]的分析结果吻合。

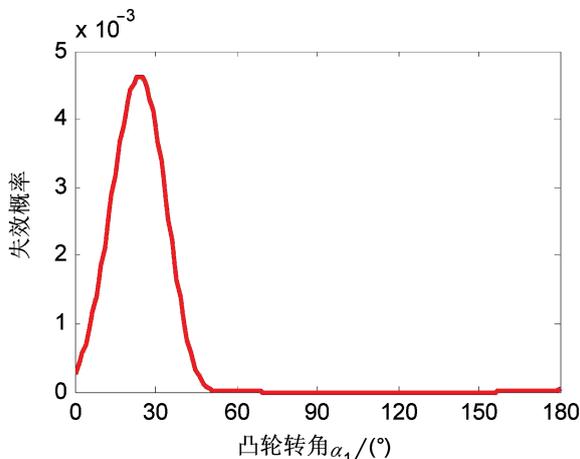


图2 弧面凸轮机构精度失效概率曲线

### 4.2 灵敏度分析

根据前述推导的可靠性灵敏度公式(18),可得到该弧面凸轮机构运动可靠性灵敏度曲线。由于各灵敏度数量级不同,为表达清晰,灵敏度曲线分别绘制成图3和图4。图3中各曲线为廓面上啮合点的矢径、中心距、啮合半径、滚子半径、轴向误差的标准差(分别为 $\sigma_1, \dots, \sigma_5$ )对运动可靠性灵敏度曲线。图4为凸轮与从动盘安装的轴交角误差的标准差( $\sigma_6$ )对运动可靠性灵敏度曲线。从图3、4可知,凸轮与从动盘安装的轴交角误差对机构运动可靠性影响最大,然后依次是弧面凸轮廓面误差、轴向误差、滚子半径误差、中心距误差和啮合半径误差。轴向误差、凸轮廓面误差对凸轮机构运动精度的影响是等同的。除轴交角误差和轴向误差外,其余误差项对凸轮机构运动精度的影响情况与文献

[8]的研究结论吻合。安装误差的轴交角误差和轴向误差对凸轮机构运动精度的影响情况与文献[12]的研究结论吻合。

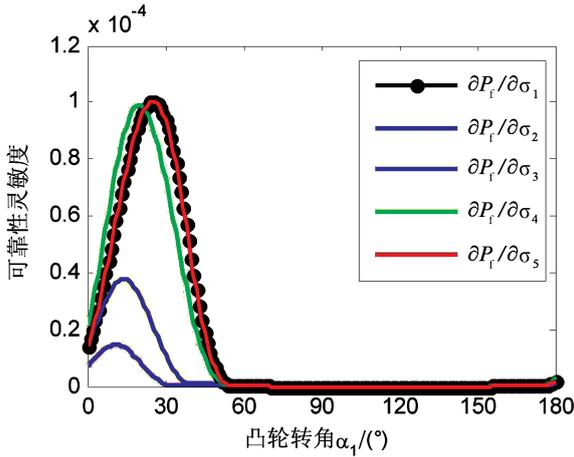


图3 可靠性灵敏度曲线( $\sigma_1 - \sigma_5$ )

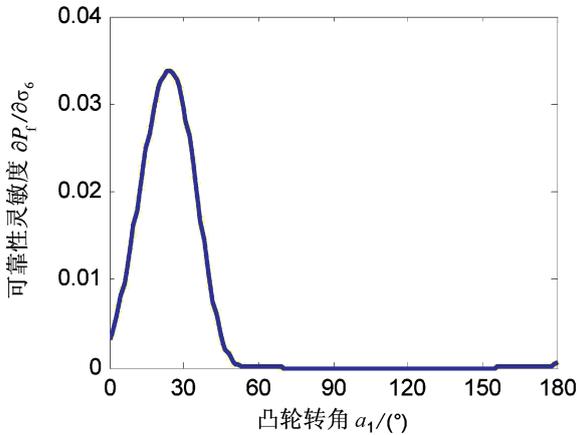


图4 可靠性灵敏度曲线( $\sigma_6$ )

## 5 结论

弧面分度凸轮机构作为高精度分度机构而被广泛应用。由于制造、安装误差对该机构运动精度影响大,因此,本文从弧面分度凸轮机构的啮合运动着手,以其齿面方程为基础导出凸轮机构分度盘运动误差的表达式,并将各项随机误差看作均值为

零的正态随机变量,导出机构运动输出的随机误差表达式,在此基础上建立了该类凸轮机构的运动精度可靠性分析模型并推导了可靠性灵敏度解析表达。数值实例表明,弧面凸轮机构的运动可靠性对凸轮与从动盘安装的轴交角误差十分敏感,其次是弧面凸轮廓面误差。提高弧面凸轮机构的传动精度的措施包括减小安装带来的凸轮与从动盘之间的交角误差、凸轮廓面制造误差、抑制轴交角误差对弧面凸轮机构运动可靠性的影响等。

## 参 考 文 献

[1]胡秉辰. 分度凸轮机构纵横谈[J]. 机械设计与研究, 1994(2): 37.

[2]刘忠权. 弧面分度凸轮研究简述[J]. 华章, 2012(26): 366.

[3]张高峰, 陈华章, 周玉衡, 等. 弧面分度凸轮机构的研究综述[J]. 机械工程师, 2003(3): 7.

[4]LEE C L, TANG G R. Tolerance design for products with correlated characteristics[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(12): 1675.

[5]王海燕, 赵汝嘉, 刘昌祺. 弧面分度凸轮轮廓的精密测量与误差评定[J]. 计量技术, 1999(6): 9.

[6]胡秉辰, 王夕生. 弧面分度凸轮的加工误差和原始误差分析[J]. 农业机械学报, 1992(3): 79.

[7]曹维江, 解晓梅, 宣兆成. 弧面凸轮的原始误差分析[J]. 机械, 1995(5): 8.

[8]杨玉琥, 陆锡年, 张增太, 等. 弧面凸轮分度机构的精度分析与设计[J]. 天津大学学报, 1996(2): 172.

[9]杨芙莲, 葛正浩. 空间凸轮机构精度分析的通用公式[J]. 现代制造工程, 2003(7): 68.

[10]杨世平, 谭援强, 李立民, 等. 基于误差建模的弧面凸轮机构运动精度影响因素的分析与研究[J]. 机械科学与技术, 2014(4): 474.

[11]邹莹. 弧面凸轮机构精度理论研究及精度检测[D]. 湘潭:湘潭大学, 2012.

[12]文智慧. 弧面凸轮机构传动精度研究[D]. 湘潭:湘潭大学, 2013.

(编校: 饶莉)